

# 无结构网格二维河口海岸水动力数值模式的建立及其应用

陈昞睿<sup>1</sup>, 朱建荣<sup>1\*</sup>, 吴辉<sup>1</sup>, 李路<sup>1</sup>, 王彪<sup>1</sup>

(1. 华东师范大学 河口海岸学国家重点实验室, 上海 200062)

**摘要:** 为完全拟合河口近海复杂岸线和工程结构以及有效局部加密, 设计并建立了一个无结构三角形网格二维河口海岸水动力数值模式。空间离散主要基于有限体积法以保证守恒性, 时间积分采用预估修正法以提高精度。水位在三角形网格中心通过连续方程求解; 水平  $x$  方向和  $y$  方向的流速  $U$  和  $V$  均在网格边中点上通过动量方程求解。流速平流项的求解中采用了 TVD 格式。TVD 流速平流通量为一个一阶迎风格式通量和一个二阶格式通量的组合, 一阶格式通量和二阶格式通量根据流速的局部分布情况得出配比, 最终组合得到 TVD 通量。TVD 格式具有低耗散和无频散的优点, 提高了模式的稳定性。应用实测资料验证建立的模式, 结果显示水位、流速和流向的计算值与实测值均符合良好。

**关键词:** 无结构网格; 水动力数值模式; TVD 格式

中图分类号: P731.2

文献标志码: A

文章序号: 0253-4193(2010)02-0031-09

## 1 引言

水动力数值模式是利用计算机模拟和研究河口海洋水动力过程的重要工具。传统的海洋水动力数值模式一般都采用四边形结构网格<sup>[1-2]</sup>, 但是在河口和海湾由于岸线和工程结构的复杂性, 结构网格在局部加密及拟合边界等方面的能力有限, 所以需要能完全做到拟合岸线和局部加密的数值模式。

来自于有限元数值方法的三角形网格能做到完全拟合岸线和局部加密<sup>[3-4]</sup>, 但其采用给定样条函数求系数的方法, 难以用于三维数值模式。有限差分或有限体积数值计算方法直接针对海洋原始方程组作数值离散, 动力学明确, 计算简洁、高效, 而且有限体积法容易保证守恒性。把上述两者数值计算方法的优点结合起来, 应用三角形无结构网格和有限差分或有限体积数值计算海洋原始方程组, 已得到

发展和应用<sup>[5-13]</sup>。

Pain 等人<sup>[5]</sup>于 2005 年回顾了无结构网格模式的优势及当前发展状态, 包括平流项、网格等方面的问题均属于主要关注的焦点。无结构网格的水动力数值模式最常见的是采用三角形网格, 也有采用混合多边形网格的, 而其中利用有限差分或有限体积法的目前国际上有不少。Chen 等<sup>[6]</sup>的无结构三角形网格模式 FVCOM, 在三角形顶点上计算水位, 在三角形中心计算流速, 在边中点计算的流速平流项通量采用迎风面的最小二乘法流速插值; Casulli 等<sup>[7-8]</sup>的模式在三角形或多边形网格中心计算水位, 在边上计算法向流速, 这种配置相当于 Arakawa-C 网格, 而流速平流项则用欧拉-拉格朗日逆跟踪方法计算; Ham 等的模式<sup>[9-10]</sup>采用了和 Casulli 相同的网格配置, 由于科氏力等需要计算, 所以边上的切向流速需要插值得到<sup>[10]</sup>; Zhang 等<sup>[11]</sup>的 Elcirc

收稿日期: 2009-04-15; 修订日期: 2009-11-18。

基金项目: 国家自然科学基金(40976056); 国家自然科学基金创新团队项目(40721004); 海洋公益性行业科研专项(200705002)。

作者简介: 陈昞睿, (1980—), 男, 上海市人, 博士研究生, 从事河口海岸数值模拟研究。E-mail: c\_br@yahoo.cn

\* 通信作者: 朱建荣。E-mail: jrzhou@sklec.ecnu.edu.cn

模式同样在网格中心计算水位,但却在边上同时计算水平方向和切向两个方向的流速,即切向流速不再是插值得到,而平流项则仍然使用欧拉-拉格朗日逆跟踪方法。这些模式求解水位时由于采用了有限体积法,所以能保证水体守恒。其中 Chen 等的 FVCOM 由于流速的算法也采用了有限体积法,所以动量也具有较好的守恒性;而 Casulli 等、Ham 等和 Zhang 等的模式在求解水位时由于采取半隐求解,所以时间步长所受限制较小,计算效率较高。此外,国内也有学者在无结构网格下利用有限体积法建立了模式,如赵棣华等<sup>[12]</sup>的平面二维水流-水质有限体积法及黎曼近似解模型,通过黎曼近似解计算通量以提升精度;李未等<sup>[13]</sup>基于无结构网格有限体积法建立了风暴潮数值预报模式,模式中针对复杂的海底地形专门进行了通量梯度项与源项的平衡。

本文建立了一个无结构三角形网格二维河口海岸水动力数值模式,变量配置为水位在三角形网格中心点, $x$  和  $y$  方向的流速  $U$  和  $V$  定义在网格边的中点上。水位和流速的求解均采用有限体积法,以保证守恒性,动量方程平流项采用 TVD 格式计算,以增强模式的稳定性;模式同时包含了移动潮滩边界,支持对潮滩变化的处理。

## 2 控制方程

对海洋动力学原始方程组作垂向积分,可得到垂向平均的二维控制方程组:

连续方程:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial UD}{\partial x} + \frac{\partial VD}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

动量方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial UD}{\partial t} + \frac{\partial U^2 D}{\partial x} + \frac{\partial UV D}{\partial y} - DF_x - fVD + gD \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \\ - \langle \omega u(0) \rangle + \langle \omega u(-1) \rangle - \frac{gD^2}{2\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial VD}{\partial t} + \frac{\partial UV D}{\partial x} + \frac{\partial V^2 D}{\partial y} - DF_y + fUD + gD \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \\ - \langle \omega v(0) \rangle + \langle \omega v(-1) \rangle - \frac{gD^2}{2\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial y}, \quad (3) \end{aligned}$$

其中,

$$DF_x = \frac{\partial}{\partial x} \left( 2A_M D \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( A_M D \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right), \quad (4)$$

$$DF_y = \frac{\partial}{\partial y} \left( 2A_M D \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( A_M D \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right), \quad (5)$$

其中, $t$  为时间, $\zeta$  表示水位, $D$  代表总水深(总水深  $D = H + \zeta$ ,  $H$  为固定不变的基准水深),  $U = \frac{1}{D} \int_{-H}^{\zeta} u dz$  和  $V = \frac{1}{D} \int_{-H}^{\zeta} v dz$  分别表示水平  $x$  方向和  $y$  方向的垂向平均流速(其中  $u$  和  $v$  分别为空间中某点的水平  $x$  方向和  $y$  方向的局地流速),  $F_x$  和  $F_y$  代表  $x$  方向和  $y$  方向的水平扩散,  $A_M$  为水平扩散系数,  $f$  为科氏力系数,  $g$  为重力加速度,  $\omega u(0)$  和  $\omega v(0)$  为海表应力,  $\omega u(-1)$  和  $\omega v(-1)$  为海底摩擦应力,  $\rho$  为密度,  $\rho_0$  为参考密度。

## 3 离散求解

下面介绍模式对方程的求解方法、插值方法和 TVD(total variation diminishing)格式等。

### 3.1 求解连续方程

设  $A$  为平面上的某个三角形网格,  $k$  为绕  $A$  一周的正向曲线,即  $k$  的方向为逆时针,  $A$  始终在其左边。则由式(1),根据格林公式可得:

$$\begin{aligned} \iint_A \frac{\partial \zeta}{\partial t} dx dy = \iint_A \left( - \frac{\partial UD}{\partial x} - \frac{\partial VD}{\partial y} \right) dx dy = \\ \oint_k VD dx - UD dy. \quad (6) \end{aligned}$$

水位  $\zeta$  定义在三角形的中心,所以其控制体即其包围的三角形  $A$ (图 1)。

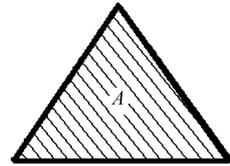


图 1 水位计算控制体  $A$

具体计算时,先在每条边上计算出  $VD dx - UD dy$  的值,再 3 条边累加得到计算结果。

因为水位的变化归结为各边通量  $VD dx - UD dy$  进出的累加,某个网格的水体流入必然对应另一个网格的水体流出,水体总量不变,所以这种通量形式的解法是质量守恒的。这正是有限体积法的一大优势。

### 3.2 求解动量方程

动量方程(2)和(3)要计算求解的分别是流速  $U$  和  $V$ ,  $U$  和  $V$  同时定义在边的中点,包围边中点的控制体  $S$  形状见图 2(阴影区域为控制体  $S$ ), 并设  $l$  为绕  $S$  一周的正向曲线,即  $l$  的方向为逆时针,  $S$  始终在其左边。  $l$  连接了两个三角形中心和两个节点。

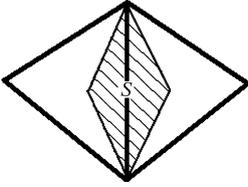


图2 流速计算控制体 S

在控制体 S 中,有

$$\begin{aligned} & \iint_S \frac{\partial UD}{\partial t} dx dy = \\ & \iint_S \left( -\frac{\partial U^2 D}{\partial x} - \frac{\partial UVD}{\partial y} + DF_x + fVD - gD \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) dx dy + \\ & \iint_S \left( -\langle \tau u(0) \rangle + \langle \tau u(-1) \rangle - \frac{gD^2}{2\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) dx dy = \\ & \oint_l [UVD dx - U^2 D dy] + \oint_l \left[ -DA_m \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) dx + \right. \\ & \left. 2DA_m \frac{\partial U}{\partial x} dy \right] + \iint_S \left( fVD - gD \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \right. \\ & \left. \langle \tau u(0) \rangle + \langle \tau u(-1) \rangle - \frac{gD^2}{2\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) dx dy, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \iint_S \frac{\partial VD}{\partial t} dx dy = \\ & \iint_S \left( -\frac{\partial UVD}{\partial x} - \frac{\partial V^2 D}{\partial y} + DF_y - fUD - gD \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) dx dy + \\ & \iint_S \left( -\langle \tau v(0) \rangle + \langle \tau v(-1) \rangle - \frac{gD^2}{2\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) dx dy = \\ & \oint_l [V^2 D dx - UVD dy] + \oint_l \left[ -2DA_m \frac{\partial V}{\partial y} dx + \right. \\ & \left. DA_m \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) dy \right] + \iint_S \left( -fUD - gD \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \right. \\ & \left. \langle \tau v(0) \rangle + \langle \tau v(-1) \rangle - \frac{gD^2}{2\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) dx dy. \end{aligned} \quad (8)$$

以求解式(7)为例(方程(8)类似,不再赘述):

式(7)中平流项  $\oint_l [UVD dx - U^2 D dy]$  和扩散项

$$\oint_l \left[ -DA_m \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) dx + 2DA_m \frac{\partial U}{\partial x} dy \right]$$

用通量形式完成,而其他项  $\iint_S \left( fVD - gD \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \langle \tau u(0) \rangle + \langle \tau u(-1) \rangle - \frac{gD^2}{2\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) dx dy$  直接计算在 S 里的值。

扩散项部分求解中,要计算  $\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}$  和  $A_m$ ,它们定义在三角形的中心进行计算。其中前四者可在三角形网格控制体 A 中通过  $\iint_A \frac{\partial U}{\partial x} dx dy = \oint_k U dy, \iint_A \frac{\partial U}{\partial y} dx dy = \oint_k U dx, \iint_A \frac{\partial V}{\partial x} dx dy = \oint_k V dy$  和  $\iint_A \frac{\partial V}{\partial y} dx dy = \oint_k V dx$  计算得到,而  $A_m = C \cdot A \frac{1}{2} \sqrt{u_x^2 + \frac{1}{2}(v_x + u_y)^2 + v_y^2}$  则可以通过前四者的结果直接求出(其中 C 取值 0.10~0.20; A 为三角形控制体单元面积)。然后将这些变量和水深 D 插值到包围控制体 S 的曲线 l 的 4 段线段的中点上,累加得到扩散项  $\oint_l \left[ -DA_m \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) dx + 2DA_m \frac{\partial U}{\partial x} dy \right]$  的结果。而求解平流项则只需要将 U, V 和 D 插值到曲线 l 的 4 段线段中点上,即可得到  $\oint_l [UVD dx - U^2 D dy]$  的结果。这里的插值方法一般为先插值到节点,再与中心值(流速中心值为三边平均)平均得到 l 上相应段的插值。节点插值方法为搜索附近的计算单元或计算边进行面积反比加权平均。计算平流项  $\oint_l [UVD dx - U^2 D dy]$  时,这样简单插值计算得到的结果仅相当于中央差格式,为了提升模式的稳定性和精度,模式特别引入了 TVD 格式算法对平流项进行优化,这将在后文中详细介绍。TVD 格式也将同样用通量形式完成,所以流速的平流项和扩散项的求解都是通量形式,有助于流速的守恒。

其他项计算直接在流速计算点(边中点)进行。其中水位梯度力项  $\frac{\partial \zeta}{\partial x}$  也由类似平流扩散项的方法,

通过在控制体 S 中求解  $\iint_S \frac{\partial \zeta}{\partial x} dx dy = \oint_l \zeta dy$  来完成,

这其中也需要将水位插值到 l 上的过程。而底部摩擦应力采用二维谢才公式,其中曼宁系数取 0.015 到 0.018 之间。

### 3.3 TVD 格式求解流速平流项

TVD 格式<sup>[14]</sup>经常在结构网格的模式中被用来计算盐度等物质浓度,以提升计算精度。对于通量形式的格式,由于一阶迎风格式耗散太大,而二阶的中央差格式或 Lax-Wendroff(LW)格式具有频散,所以均不能很好地模拟物质浓度。TVD 格式则根

据不同情况适当地选取一阶迎风格式所得通量和二阶 LW 格式所得通量的配比,得到 TVD 通量,它同时具有无频散、低耗散的优良特性。本文的模式不计算盐度,仅运用 TVD 格式的方法来计算动量方程平流项(非线性项),以提升模式的稳定性和流速的计算精度。

在一维情形下, TVD 通量由一个低阶模式的通量和一个高阶模式的通量组合而成。以常数流速  $u$  条件下关于变量  $a(x, t)$  的通量形式的一维平流方程为例:

$$\partial a / \partial t = -\partial(ua) / \partial x. \quad (9)$$

这里用的 TVD 格式是由一阶迎风格和 Lax-Wendroff 格式组合而成,其总通量为:

$$F_{i+\frac{1}{2}} = F_{i+\frac{1}{2}}^{UP} + \varphi(r)(F_{i+\frac{1}{2}}^{LW} - F_{i+\frac{1}{2}}^{UP}), \quad (10)$$

其中  $F_{i+\frac{1}{2}}^{UP}$  和  $F_{i+\frac{1}{2}}^{LW}$  分别是由迎风格和 Lax-Wendroff 格式所提供的通量:

$$F_{i+\frac{1}{2}}^{UP} = u(a_i^n + a_{i+1}^n) / 2 + |u|(a_i^n - a_{i+1}^n) / 2, \quad (11)$$

$$F_{i+\frac{1}{2}}^{LW} = u(a_i^n + a_{i+1}^n) / 2 + u^2 \Delta t (a_i^n - a_{i+1}^n) / 2 \Delta x, \quad (12)$$

函数  $\varphi(r)$  是根据变量  $a$  的局部情况确定的限制函数,

$$r = F_{i+\frac{1}{2}-s}^{LMU} / F_{i+\frac{1}{2}}^{LMU}, \quad (r \text{ 为上游通量除以下游}) \quad (13)$$

其中,

$$F_{i+\frac{1}{2}}^{LMU} = F_{i+\frac{1}{2}}^{LW} - F_{i+\frac{1}{2}}^{UP} = (|u_{i+\frac{1}{2}}| - \Delta t u_{i+\frac{1}{2}}^2 / \Delta x)(a_{i+1} - a_i) / 2, \quad (14)$$

以及

$$s = \text{sign}(u_{i+\frac{1}{2}}). \quad (15)$$

如果  $F_{i+\frac{1}{2}}^{LMU} = 0$ , 则取  $r = 0$ , 此时有:  $F_{i+\frac{1}{2}} = F_{i+\frac{1}{2}}^{UP} = F_{i+\frac{1}{2}}^{LW}$ 。

限制函数  $\varphi(r)$  的取法有很多种,包括 Superbee, Minimod, Monotonic 和 MUSCL 等<sup>[15-17]</sup>, 本文的模式取 Superbee 函数:

$$\varphi(r) = \max(0, \min(2r, 1), \min(r, 2)). \quad (16)$$

本文所建立的模式中使用了 TVD 格式计算流速平流项。式(7)中平流项  $\oint_i [UVDdx - U^2 Ddy]$  的二阶通量部分(即  $F_{i+\frac{1}{2}}^{LW}$  部分)通过前文所述的插值方法得到,相当于中央差格式。中央差格式和 LW 格式均可作为 TVD 格式的二阶成分,效果上几乎一

样。一阶迎风格式部分(即  $F_{i+\frac{1}{2}}^{UP}$  部分)则将  $UVDdx - U^2 Ddy$  写为  $U(Vd dx - UDdy)$ , 其中  $(VDdx - UDdy)$  仍然使用插值的算法,而  $U$  则采用迎风面的控制体的值。这样,在保证动量通量  $(VDdx - UDdy)$  守恒的基础上,得到迎风格的值。再在上游控制体  $S$  中用进入的  $F^{LMU}$  通量除以流出的  $F^{LMU}$  通量算出  $r$  值,从而最终由式(10)得到 TVD 通量的值。

无结构网格的水动力相对于结构网格而言稳定性较差,使用普通中央差方法计算流速平流项往往会造成不稳定,所以本文的模式采用了 TVD 格式来稳定水流。经测试, TVD 格式对模式的稳定性提高作用十分明显。

### 3.4 预估修正方法、移动潮滩边界算法和边界条件

模式在时间积分上采用了预估修正方法,进一步提高模式的精度。在求解某变量  $a$  的  $n+1$  时间步的值  $a^{n+1}$  时,先预估,预估时空间差分引用的流速、水位和水深均为  $n$  时间步的值,从而得到预估值  $a^* = a^n + \left(\frac{\partial a}{\partial t}\right)^n \Delta t$ ;再根据预估值修正,修正时空间差分引用的流速、水位和水深均为预估值和  $n$  时间步的值的平均,从而最终得到  $n+1$  时间步的结果  $a^{n+1} = a^n + \left(\frac{\partial a}{\partial t}\right)^{**} \Delta t$ , 其中  $\left(\frac{\partial a}{\partial t}\right)^{**}$  表示  $\frac{\partial a}{\partial t}$  展开后各项中的流速、水位和水深均采用预估值和  $n$  时间步的值的平均。

模式中包含了移动潮滩边界。不少学者研究过潮滩动边界问题,提出了多种解决问题的数值方法,其中干湿网格判别法是目前国内外使用最多的一种方法。该方法在每一计算步判断模式计算区域内的网格干湿变化,方法简单,可以处理复杂的边界<sup>[18-21]</sup>。本文的模式也采用干湿网格判别法。定义  $FSM_i$  和  $UVM_i$  分别为三角形网格 I(水位点)和边 J(流速点)上的干湿开关变量。 $FSM_i = 1$  代表 I 为湿,  $FSM_i = 0$  代表 I 为干。 $FSM_i$  通过网格点 I 上的总水深  $D_i = H_i + \zeta_i$  作出判断。严格来讲,  $D = 0$  处为干,  $D > 0$  处为湿,但这在数值模式中是很难做到的。为了保证计算的稳定性,模式需要设置一个接近 0 的临界水深  $d_{\min}$  来帮助界定干湿。 $d_{\min}$  取值越接近 0, 干湿判断越精确,但计算稳定性也越差。本文的模式中  $d_{\min}$  取 15 cm, 另设一个干湿转换临界水位差  $dd$ , 模式中取为 5 cm。水位点的干湿判断法则如下:

对任意一条两侧都有三角形网格的边  $J$ , 设其两侧的三角形网格分别为  $I_1$  和  $I_2$ 。

(a) 若  $D_{I_1} \geq d_{\min}$  且  $D_{I_2} \geq d_{\min}$ , 则  $FSM_{I_1} = 1$ ,  $FSM_{I_2} = 1$ ;

(b) 若  $D_{I_1} \geq d_{\min}$ ,  $D_{I_2} < d_{\min}$  且  $\zeta_{I_1} - \zeta_{I_2} > dd$ , 则  $FSM_{I_1} = 1$ ,  $FSM_{I_2} = 1$ ;

(c) 若  $D_{I_1} < d_{\min}$ ,  $D_{I_2} \geq d_{\min}$  且  $\zeta_{I_2} - \zeta_{I_1} > dd$ , 则  $FSM_{I_1} = 1$ ,  $FSM_{I_2} = 1$ 。

对任何三角形网格  $I$ , 如果能通过以上 3 条中的任意一条判断出  $FSM_I = 1$ , 则有  $FSM_I = 1$  成立; 否则  $FSM_I = 0$ 。这一判据的含义为: 只有能和相邻网格发生水体交换的网格才是湿网格。满足条件 (a) 表示边  $J$  两侧网格总水深  $D$  都大于等于临界值, 故均为湿; 满足 (b) 或 (c) 表示当只有一侧的网格  $D \geq d_{\min}$ , 而  $D < d_{\min}$  的一侧的水位低时, 这两个网格之间允许水体交换; 对于虽然满足  $D_I \geq d_{\min}$  但却  $FSM_I = 0$  的网格  $I$ , 这个网格是孤立的, 不与周围网格发生水体交换, 所以也认为是干网格。水位点的干湿确定后, 流速点  $J$  的干湿  $UVM_J$  取值为边  $J$  两侧网格的  $FSM$  的平均值, 如果只有一侧有网格, 则取为该网格的  $FSM$  的一半, 即:  $UVM_J = 0$  则  $J$  为干,  $UVM_J = 0.5$  则  $J$  为干湿交界边,  $UVM_J = 1$  则  $J$  为湿。

模式在每步求解所有  $FSM = 1$  的网格和  $UVM = 1$  的边, 而  $FSM = 0$  的网格保留上一步的水位值,  $UVM = 0$  的边流速设为 0,  $UVM = 0.5$  的边的流速法向(垂直于边)分量设为 0, 切向分量通过相邻的  $UVM = 1$  的边插值得到。模式始终保证所有网格  $D > 0$ 。对于满足条件 (b) 或 (c) 的边  $J$ , 若计算流速从  $D < d_{\min}$  一侧的网格指向  $D \geq d_{\min}$  一侧的网格, 则流速的法向分量将取为 0, 以避免  $D < d_{\min}$  一侧网格的水体被抽干; 反之则仍取计算流速。模式不允许在一个时间步中任何网格  $I$  的水体在其任意一边上流出超过一定比例(模式中取 30%), 以确保所有网格  $D > 0$ , 这可以通过取足够小的时间步长做到。在这种机制下, 由于不会出现  $D < 0$  的情况, 同时所有网格的水位变化均根据从连续方程得到的通量形式计算, 所以可以确保模式中水体质量的守恒。

模式中所有  $UVM = 0.5$  的边连接起来构成了当前时间步的闭边界。闭边界处由于法向流速为 0, 故水体通量也为 0。模式的开边界分为水位开边界和通量开边界两种。在水位开边界, 每组边界点由一条边界边  $J$  和这条边惟一的相邻网格  $I$  所组

成。由潮汐调和常数计算的水位或者通过时间序列给出的水位资料直接给定在网格  $I$  上, 而边  $J$  的流速则通过邻近的  $UVM = 1$  的非边界边插值得到。在通量开边界, 每组边界点只包含一条边界边  $J$ 。水体通量直接给在边  $J$  上, 边  $J$  的法向流速通过该通量计算得到, 切向流速则通过邻近的  $UVM = 1$  的非边界边插值得到。

## 4 模式在长江口中的应用

应用实测资料, 验证建立的无结构网格二维数值模式。模拟的范围包括整个长江河口、杭州湾和邻近海区, 东边至  $124.5^\circ\text{E}$  附近, 北边到  $34.3^\circ\text{N}$  左右, 南边到  $28.4^\circ\text{N}$  左右, 长江上游边界取在潮流界顶点江阴(图 3)。长江口内、深水航道附近和岛屿附近的网格作了加密(见图 4), 最小网格分辨率可达 100 m, 而口外海区网格则放大, 最大可达 10 000 m 多, 这正是无结构网格所带来的便利。文中模式考虑了深水航道的导堤和丁坝, 并作了局部加密, 导堤和丁坝涨潮时淹没、落潮时露出, 是作为动边界处理的。计算从 2007 年 8 月 3 日起开始计算, 至 8 月 20 日结束, 时间步长取为 1 s。外海开边界处的水位利用 16 个分潮( $M_2, S_2, N_2, K_2, K_1, O_1, P_1, Q_1, MU_2, NU_2, T_2, L_2, 2N_2, J_1, M_1, OO_1$ ) 的调

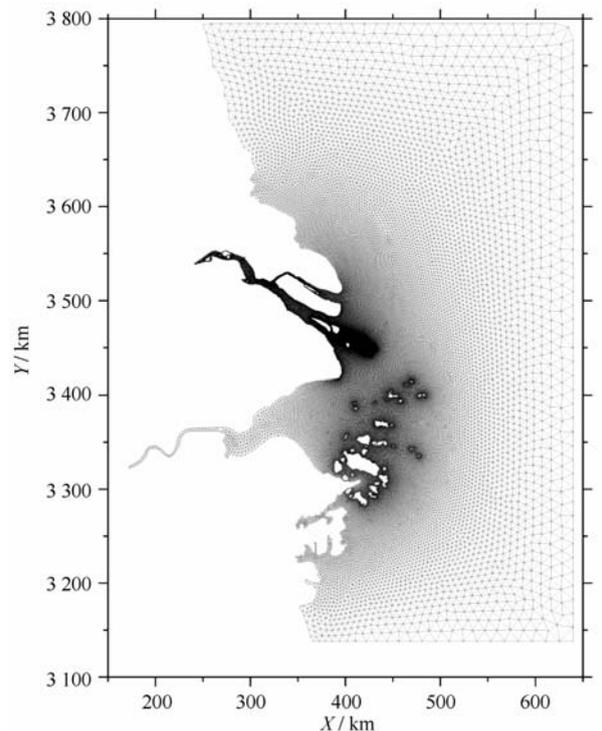


图 3 长江河口、杭州湾及其邻近海区网格

和常数计算得出,而长江口上游江阴处则利用大通实测径流量资料给出通量边界条件,海表面给出了当时的每小时 1 组分辨率为  $0.5^{\circ} \times 0.5^{\circ}$  经纬度的风

场(该风场为气象预报后处理的结果,可从网址 <http://dss.ucar.edu/datasets/ds744.4/data/> 处下载得到)。

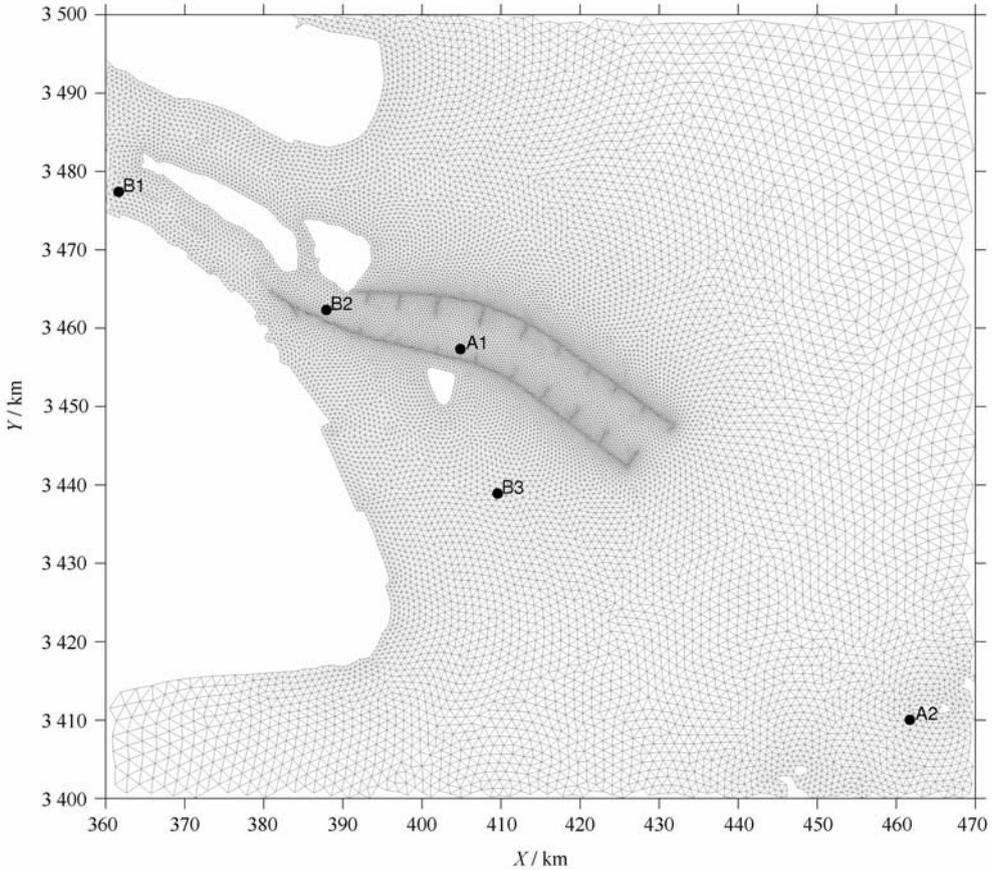


图 4 局部放大网格和观测站点分布

本文应用 2007 年 8 月 5 日至 8 月 25 日的一些潮位站的水位观测资料,以及 2007 年 8 月 14 日至 8 月 17 日期间一些站点的垂向平均流速流向实测资料,和计算结果进行对比。这里给出 2 个水位测站(A1 和 A2)和 3 个流速流向测站(B1 至 B3)的模式和实测之间的比较结果,测站分布见图 4。

水位测站 A1 在长江口深水航道中,A2 在绿华山附近,两站水位变化均主要受潮汐控制,存在潮汐日不等现象,在小潮时尤为明显。大潮时最大潮差均超过 3 m,小潮时最小潮差则均只有 1 m 左右。水位比较结果(见图 5)显示,A1 和 A2 两站的计算水位(实线)和实测水位(虚线)均较为符合,说明模式能较好地反应这两个站位的水位变化。

图 6 到图 8 分别是 B1 到 B3 三站的垂向平均流速流向的比较结果,其中实线为计算值,圆点为实

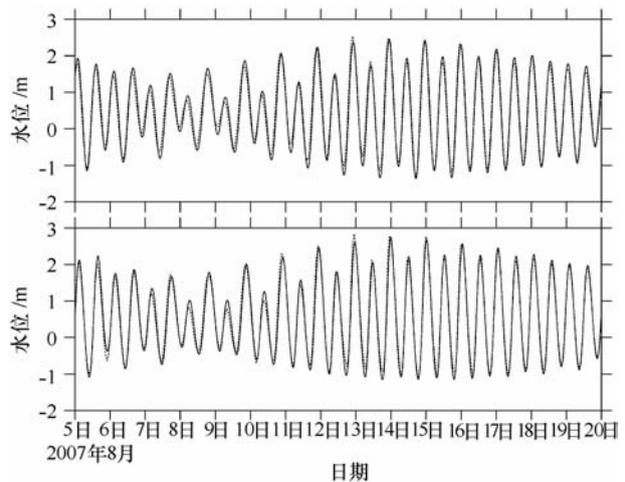


图 5 A1 站(上)和 A2 站(下)的计算水位(实线)与实测水位(虚线)随时间变化的过程

测值。B1 站位于口内,主要为往复流,落潮历时约为涨潮历时的 2 倍,落潮最大流速约 1.5 m/s,涨潮最大流速约 1.0 m/s;B2 站在深水航道上端,基本也以往复流为主,落潮历时也显著大于涨潮历时,落潮最大流速约 1.8 m/s,涨潮最大流速约 1.5 m/s;B3 站在南槽中,位置较靠口外,往复流为主略带旋转流,落潮最大流速约 2.4 m/s,涨潮最大流速约 1.5 m/s。本文的二维模式不计算盐度,没有考虑斜压梯度力对流场所造成的影响。而 B2 和 B3 两站地处长江口口门,盐水楔会造成较大的斜压梯度力,使得垂向流速有较大的变化。但由于该种影响在经过垂向平均后相互抵消而减弱,所以 B2 和 B3 两站因斜压梯度力而产生的计算结果偏差并不大。结果显示,B1,B2 和 B3 三个测站的计算流速流向与实测值较为接近,较好地反映三站当时的实际流场变化。

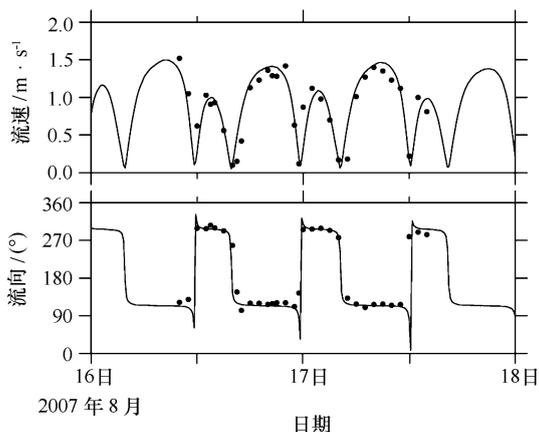


图 6 B1 站垂向平均流速(上)和流向(下)的计算值(线)和实测值(点)随时间变化的过程

本文还分析了不同的 TVD 限制函数 Superbee, Minimode, Monotonic 和 MUSCL 对模式稳定性的影响。当模式的时间步长从原来的 1 s 改为 5 s,其他设置不变时,4 个试验均在第 18 h 开始出现在一个时间步内单个网格一边流出 30% 水体的现象,此时模式已不能保证水体守恒,但继续运行可以运行完毕,且不会出现大于 5 m/s 的流速。当把时间步长设为 6 s 时,取 TVD 限制函数为 Superbee, Minimode, Monotonic 和 MUSCL 的 4 个试验均在第 12 h 数值溢出,而首次出现大于 5 m/s 的流速的时间步分别为第 6 940, 6 906, 6 921 和 6 931 步。可见各 TVD 限制函数在本模式的架构下对稳定性的影响差异不大。

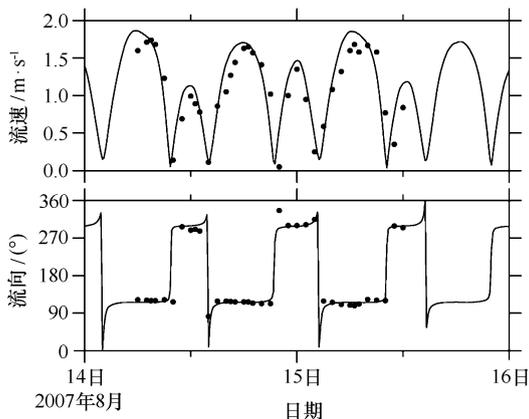


图 7 B2 站垂向平均流速(上)和流向(下)的计算值(线)和实测值(点)随时间变化的过程

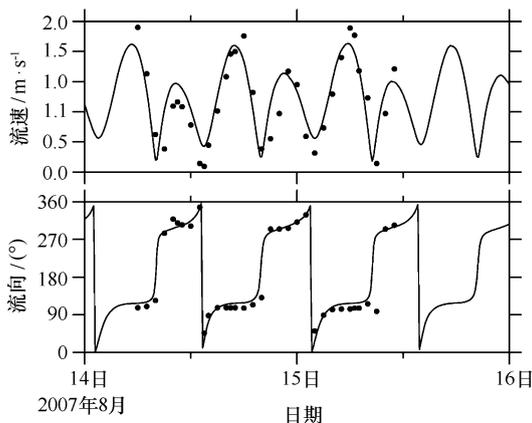


图 8 B3 站垂向平均流速(上)和流向(下)的计算值(线)和实测值(点)随时间变化的过程

## 5 结论

为完全拟合河口近海复杂岸线和工程结构以及有效局部加密,本文建立了无结构三角形网格垂向平均二维水动力数值模式。该模式的空间离散主要基于有限体积法以保证守恒性,时间积分采用预估修正法以提高精度。水位的空间配置在三角形网格中心(重心);两个水平流速分量的空间配置在网格边上的中点上。这种变量配置类似于结构网格中的 Arakawa-C 和 Arakawa-E 配置,能较高效率地反应水位和流速之间的相互影响,而水位和水深配置在网格中心使得网格干湿形状整齐,在移动潮滩边界处理等方面也具有先天的优势。

通过连续方程求解水位和通过动量方程求解流速时均使用了有限体积法,将控制体内的面积分由格林公式转化为围绕控制体的正向曲线的线积分求

解。水平扩散项中用到的变量  $\frac{\partial U}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial U}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial V}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial V}{\partial y}$  和  $A_M$  等均在网格中心计算并插值到正向曲线各线段的中点。在流速平流项求解中采用了 TVD 格式, TVD 流速平流通量为一个一阶迎风格式通量和一个二阶格式通量的组合, 一阶格式通量和二阶格式通量根据流速的局部分布情况得出配比, 最终组合得到 TVD 通量。TVD 格式具有无频散低耗散的优点, 同时增加了模式的稳定性。

应用实测资料验证模式, 结果显示计算水位和实

测水位基本符合, 计算流速与实测流速也较为接近, 表明模式能够基本反映长江口的实际水动力过程。

在较正确建立无结构网格垂向平均二维水动力数值模式的基础上, 我们将引入盐度等物质输运扩散方程, 采用 TVD 数值格式求解。在此基础上, 提升至无结构网格三维数值模式, 建立和发展我国具有自主知识产权的先进的河口海岸数值模式, 以加深河口海岸动力过程的认识和解决工程中有关水动力和物质输运变化的实际问题。

## 参考文献:

- [1] 朱建荣. 海洋数值计算方法和数值模式[M]. 北京: 海洋出版社, 2003.
- [2] BLUMBERG A F, MELLOR G. A Description of a Three-Dimensional Coastal Ocean Circulation Model[M]. Washington, DC: American Geophysical Union, 1987.
- [3] LYNCH D R, NAIMIE C E. The  $M_2$  tide and its residual on the outer banks of the Gulf of Maine[J]. J Phys Oceanogr, 1993, 23: 2222—2253.
- [4] NAIMIE C E. Georges Bank residual circulation during weak and strong stratification periods: Prognostic numerical model results[J]. J Geophys Res, 1996, 101(C3): 6469—6486.
- [5] PAIN C C, PIGGOTT M D, GODDARD A J H, et al. Three-dimensional unstructured mesh ocean modeling[J]. Ocean Modelling, 2005, 10: 5—33.
- [6] CHEN C, LIU H, BEARDSLEY R C. An unstructured grid, finite-volume, three-dimensional, primitive equation ocean model: Application to coastal ocean and estuaries[J]. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 2003, 20: 159—186.
- [7] CASSULI V, ZANOLLI P. Semi-implicit numerical modeling of nonhydrostatic free-surface flows for environmental problems[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2002, 36: 1131—1149.
- [8] CASSULI V, ZANOLLI P. High resolution methods for multidimensional Advection-diffusion Problems in free-surface hydrodynamics [J]. Ocean Modelling, 2005, 10: 137—151.
- [9] HAM D A, PIETRZAK J, STELLING G S. A scalable unstructured grid 3-dimensional finite volume model for the shallow water equations [J]. Ocean Modelling, 2004, 10: 153—169.
- [10] HAM D A, KRAMER S C, STELLING G S, et al. The symmetry and stability of unstructured mesh C-grid shallow water models under the influence of Coriolis [J]. Ocean Modelling, 2007, 16: 47—60.
- [11] ZHANG Y, BAPTISTA A M, MYERS E P. A cross-scale model for 3D baroclinic circulation in estuary-plume-shelf systems: I. Formulation and skill assessment [J]. Continental Shelf Research, 2004, 24: 2187—2214.
- [12] 赵棣华, 戚晨, 庾维德, 等. 平面二维水流-水质有限体积法及黎曼近似解模型[J]. 水科学进展, 2000, 11(4): 368—374.
- [13] 李未, 张长宽, 王如云. 基于无结构网格有限体积法的风暴潮数值预报模式[J]. 热带海洋学报, 2007, 26(2): 9—14.
- [14] JAMES I D. Advection schemes for shelf sea models [J]. Journal of Marine Systems, 1996, 8: 237—254.
- [15] SWEBY P K. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws[J]. SIAM J Numer Anal, 1984, 21: 995—1011
- [16] ROE P L. Characteristic-based scheme for the Euler equations[J]. Ann Rev Fluid Mech, 1986, 18: 337—365
- [17] YANG H Q, PRZEKAWAS A J. A comparative study of advanced shock capturing schemes applied to Burgers' equation[J]. J Comp Phys, 1992, 102: 139—159.
- [18] REID R Q, BODINE B R. Numerical model for storm surges in Galveston Bay[J]. Journal of the Waterways and Harbors, 1968, 94 (WW1): 33—57.
- [19] HIBBERD S, PEREGRINE D H. Surf and run-up on a beach: a uniform bore[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1979, 95(2): 323—345.
- [20] LIN B, FALCONER R A. Three-dimensional layer-integrated modeling of estuarine flows with flooding and drying[J]. Estuarine, Coastal and Shelf Science, 1997, 44: 737—751.
- [21] OEY L Y. A wetting and drying scheme for POM[J]. Ocean Modelling, 2005, 9: 133—150.

# An unstructured mesh two-dimensional coastal and estuarine hydrodynamic numerical model and its application

CHEN Bing-rui<sup>1</sup>, ZHU Jian-rong<sup>1</sup>, WU Hui<sup>1</sup>, LI Lu<sup>1</sup>, WANG Biao<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Estuarine and Coastal Research, East China Normal University Shanghai 200062, China)

**Abstract:** In order to perfectly fit complex coastlines and project structures in coastal and estuarine areas, an unstructured mesh two-dimensional coastal and estuarine hydrodynamic numerical model is established. Finite-volume method is used in spatial discretization to guarantee conservation and predictor-corrector method is used in temporal to improve accuracy. Elevation is solved at the centre of the triangular cell by continuity equation, while horizontal  $x$ -direction and  $y$ -direction velocities are solved at the middle of grid sides by momentum equations. In calculating velocity advection, TVD scheme is adopted. TVD flux of velocity advection is a combination of the first-order upwind flux and a second-order scheme flux. The proportion of each flux contributing to TVD flux is decided by the local velocity distribution. TVD scheme is low-diffusive and non-dispersive, which improves the stability of the model. Observed data are used to validate the model. Results show that elevation, flow velocity and flow direction are all well matched between calculated values and observed ones.

**Key words:** unstructured mesh; hydrodynamic numerical model; TVD scheme