

结合椭圆型缓坡方程模拟近岸波流场

唐 军¹, 沈永明¹, 郑永红², 邱大洪¹

(1. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116023; 2 中国科学院 广州能源研究所, 广东 广州 510640)

摘要: 波浪向近岸传播的过程中, 由波浪破碎效应所产生的近岸波流场是近岸海域关键的水动力学因素之一. 结合近岸波浪场的椭圆型缓坡方程和近岸波流场数学模型对近岸波浪场及由斜向入射波浪破碎后所形成的近岸波流场进行了数值模拟. 计算中考虑到波浪向近岸传播中由于波浪的折射、绕射、反射等效应使局部复杂区域波向不易确定, 采用结合椭圆型缓坡方程所给出的波浪辐射应力公式来计算波浪产生的辐射应力, 在此基础上耦合椭圆型缓坡方程和近岸波流场数学模型对近岸波流场进行数值模拟, 从而使模型综合考虑了波浪的折射、绕射、反射等效应且避免了对波向角的直接求解, 可以应用于相对较复杂区域的近岸波流场模拟.

关键词: 椭圆型缓坡方程; 波浪破碎; 辐射应力; 近岸流

中图分类号: TV139 2; X143

文献标识码: A

文章编号: 0253-4193(2006)01-0146-06

1 引言

波浪向近岸传播的过程中, 随着水深的变浅波浪会发生破碎, 波能会耗散, 从而产生近岸流. 近岸流主要出现于波浪破碎后的破波带, 对于此海域内的海水运动, 现今普遍认为其驱动力主要为伴随波浪的动量通量所致的波浪辐射应力. 近岸流速度的铅直分布是不均匀的, 但通常根据破碎带水深较浅这一特点而忽略这种不均匀, 从而将该区域流体的运动视为平面二维运动. Longuet-Higgins 和 Stewart^[1,2] 首先利用波浪辐射应力解释了近岸流的动力因素, 随后众多研究者基于辐射应力理论对近岸波流场作了大量研究工作^[1~8].

本文结合近岸波浪传播的椭圆型缓坡方程对近岸斜向入射波浪所产生的沿岸波流场进行了数值模拟. 考虑到波浪向近岸传播中由于波浪的折射、绕射、反射等效应使局部区域波向角不易确定, 本文绕开对波向角的直接求解, 采用结合椭圆型缓坡方程给出的波浪辐射应力公式来计算辐射应力, 从而使本

文的模型可以用于较复杂区域的近岸波流场模拟.

2 数学模型

2.1 近岸波浪传播的控制方程

考虑到波浪在传播过程中的折射、绕射、反射等效应, 可在 Berkhoff^[9] 的椭圆型缓坡方程基础上来计算波浪场:

$$\nabla \cdot CC_g \nabla \phi + k^2 CC_g \phi + i\omega \frac{D_b}{E} = 0, \quad (1)$$

式中, $\phi = \frac{ig}{\omega} \eta$, 为波浪势函数, η 为复波面升高; i 为虚数单位; k 为波数; ω 为波浪角频率; $C = \omega/k$, 为波浪相速度; $C_g = \partial \omega / \partial k$, 为波浪群速度; D_b 为波浪破碎的能量损失率; $E = \rho g H^2 / 8$, 为波能量, H 为波高.

在波浪传播模型中, 一般认为当某点的波高大于该点的最大破碎波高($H_{b,m}$) 时即认为该点波浪发生破碎. 最大破碎波高可由下式确定:

$$H_{b,m} = \gamma h, \quad (2)$$

式中, γ 为波浪破碎指标, 一般可取为 0.6~0.8.

收稿日期: 2005-03-12; 修订日期: 2005-06-30.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10332050; 50579005); 辽宁省自然科学基金资助项目(20042153).

作者简介: 唐 军(1976—), 男, 宁夏回族自治区中宁县人, 博士, 从事环境水力学研究. E-mail: tj_dut@163.com

波浪破碎的能量损失率可由下式计算^[10]:

$$D_b = \frac{KC_g}{h}(E - E_s),$$

式中, $K \approx 0.15$, 为经验系数; E_s 为波浪稳定能量, 可取水深 $0.4h$ 处以下的波浪能量。

2.2 近岸波流场的控制方程

对于波浪引起的近岸波流场可采用如下深度平均的二维浅水方程作为控制方程:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[U(h + \eta)] + \frac{\partial}{\partial y}[V(h + \eta)] = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{\rho(h + \eta)} \times \left[\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y} \right] - \frac{1}{\rho(h + \eta)} \times (\tau_{sx} - \tau_{ux}) - A_{mx} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{1}{\rho(h + \eta)} \times \left[\frac{\partial S_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} \right] - \frac{1}{\rho(h + \eta)} \times (\tau_{sy} - \tau_{vy}) - A_{my} = 0, \quad (5)$$

式中, U 和 V 分别为 x 和 y 方向沿水深平均的水平速度; η 为平均水面升高值; S_{xx} , S_{xy} , S_{yx} 和 S_{yy} 为波浪引起的辐射应力分量; τ_x 和 τ_y 分别为 x 和 y 方向的表面切应力分量, 本文计算中忽略不计; τ_{ux} 和 τ_{vy} 分别为 x 和 y 方向的底部切应力分量; A_{mx} 和 A_{my} 分别为 x 和 y 方向的湍流应力项。

对在有限水深中传播的微幅线性波, 可从波浪辐射应力定义出发将波浪势函数和辐射应力结合起来^[11, 12], 从而绕开了对波向角的求解。对于椭圆型缓坡方程可同时考虑波浪在传播过程中由于地形等因素发生的折射、绕射、反射等效应, 可以广泛用于近岸波浪场的数值模拟。结合椭圆型缓坡方程可导出如下计算波浪辐射应力的表达式:

$$S_{xx} = \frac{\rho g}{4} \left\{ \left| \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|^2 \frac{1}{k^2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) + \left[|\eta|^2 \frac{2kh}{\sinh 2kh} + \frac{2kh/\tanh 2kh - 1}{2k^2} \times \left(\left| \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \eta}{\partial y} \right|^2 - k^2 |\eta|^2 \right) \right] \right\}, \quad (6)$$

$$S_{yy} = \frac{\rho g}{4} \left\{ \left| \frac{\partial \eta}{\partial y} \right|^2 \frac{1}{k^2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) + \left[|\eta|^2 \frac{2kh}{\sinh 2kh} + \frac{2kh/\tanh 2kh - 1}{2k^2} \times \left(\left| \frac{\partial \eta}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \eta}{\partial y} \right|^2 - k^2 |\eta|^2 \right) \right] \right\}, \quad (7)$$

$$S_{xy} = S_{yx} = \frac{\rho g}{4} \left[\operatorname{Re} \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \eta^*}{\partial y} \right) \frac{1}{k^2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \right], \quad (8)$$

式中, η^* 为 η 的共轭复数; 其余各量的含义同上。

对于波流场中的底部切应力分量 τ_{ux} , τ_{vy} 可采用如下公式计算^[4]:

$$\tau_{ux} = \frac{4}{\pi} \rho \tau_{u0} U, \quad (9)$$

$$\tau_{vy} = \frac{2}{\pi} \rho \tau_{v0} V, \quad (10)$$

式中, u_0 为近底波浪最大轨迹速度, 可由线性波浪理论得出 $u_0 = 2\pi a_{wb}/T$, 其中 T 为波浪周期, $a_{wb} = H/(2\sinh kd)$, 为由线性波浪理论得出的波浪质点近底水平轨迹振幅, $d = h + \eta_{cr}$ 为波浪综合作用下的底摩擦系数。采用式(9)、(10)的优越性在于其格式比较灵活。

湍流项可由下式定义:

$$A_{mx} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right), \quad (11)$$

$$A_{my} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial V}{\partial y} \right), \quad (12)$$

$$\mu = N x_1 \sqrt{gh}, \quad (13)$$

式中, μ 为波流作用下的侧向紊动掺混系数, 本文采用 L-H 模型确定; x_1 为波浪破碎点的离岸距离; $N \approx 0.000 \sim 0.016$, 为一无量纲量。在破碎带外 μ 可取侧向紊动掺混系数为波浪开始破碎时所处位置的值。

3 近岸沿岸流的数值模拟

大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室和天津大学结合国家自然科学基金重点项目: “近岸海域潮、波、波流共同作用下污染物迁移转化规律的研究”, 对 1:100 和 1:40 两种平直缓坡地形下由斜向入射波浪破碎形成的沿岸波流场等进行了实验研究, 本文将利用该实验成果中的部分沿岸流资料验证本文的数值模型。实验计算工况参数如表 1 所示, 表中所给入射波均为规则入射波, 其中 h_0 为波浪入射位置的静水深, θ_0 为波浪入射角, H_0 为入射波高。考虑到波浪破碎能量损失因子的不确定性和数值模型的计算效率, 本文采用普遍接受的破碎区波高正比于当地水深的实验经验公式来调整计算破碎区波高, 即破碎区波高 $H = \gamma h$, h 为当地水深。

图 1~8 给出了各计算工况下波高、平均水面升高和沿岸流流速的计算值和实验值^[13]。由图 1~8

表 1 沿岸流实验计算工况参数

计算工况	坡度	h_0/m	$\theta_0/(\circ)$	H_0/m	T/s	γ	c_f	N
1	1: 40	0.45	30	0.05	1.0	0.7	0.009	0.0012
2	1: 40	0.45	30	0.09	1.0	0.7	0.009	0.0012
3	1: 40	0.45	30	0.05	2.0	0.7	0.009	0.0012
4	1: 40	0.45	30	0.09	2.0	0.7	0.009	0.0012
5	1: 100	0.18	30	0.03	1.5	0.6	0.0065	0.0012
6	1: 100	0.18	30	0.05	1.5	0.6	0.0065	0.0012
7	1: 100	0.18	30	0.03	2.0	0.6	0.0065	0.0012
8	1: 100	0.18	30	0.05	2.0	0.6	0.0065	0.0012

可看出,各计算工况下本文模拟所得波高、平均水面升高、沿岸流速和实测值总体趋势均符合良好,但相

对于实测值,计算所得沿岸流速最大值向离岸方向略有些偏移,本文认为其差异或许是由于本文数值模型中所采用的破碎区波高分布公式和实验中的破碎区波高分布趋势之间的差异性造成的.在本文的数值计算中,波流场中的底摩擦系数对流速和平均水面升降幅值有一定影响,但对该系数的确定目前还没有相对统一的计算公式,大都依据实际地形而给定;近岸波流场模型中的侧向紊动掺混系数的取值对波流场数值计算的稳定性有一定影响,同时对流速在破碎线附近的分布起一定影响作用(使流速在破碎线前后呈连续分布,侧向紊动掺混系数较大时在破碎线附近沿岸流速的分布范围相对较宽广,平均水面升降和流速幅值相对略小).

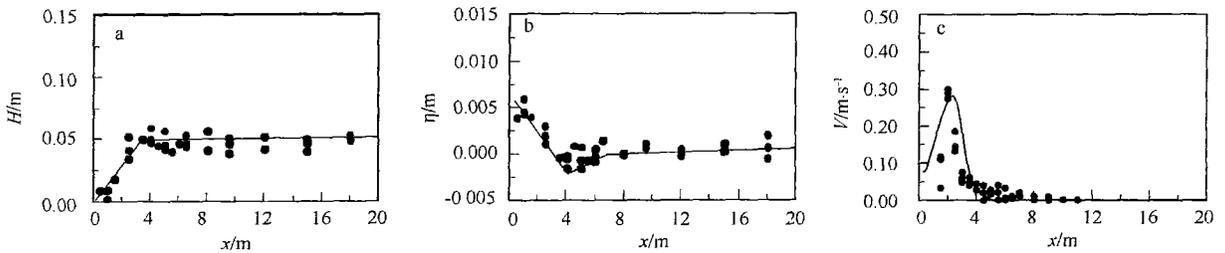


图 1 工况 1 的数值模拟值与实测值的比较

a 波高实测值与数值解的比较, b 水面升高实测值与数值解的比较, c 沿岸流流速实测值与数值解的比较. —数值解, ...实测值

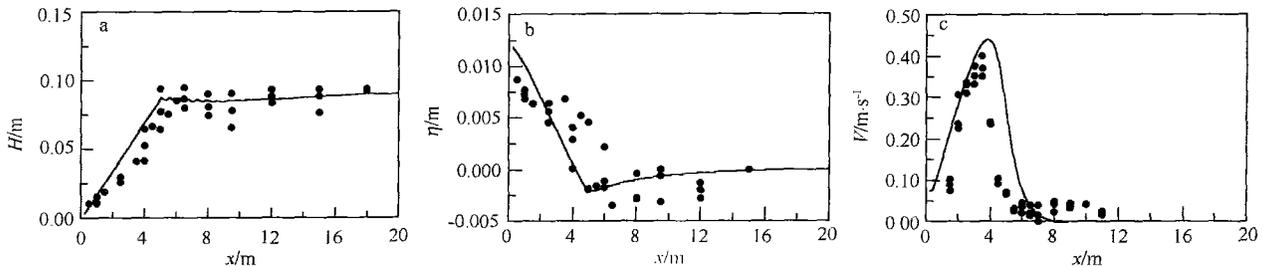


图 2 工况 2 的数值模拟值与实测值的比较

a 波高实测值与数值解的比较, b 水面升高实测值与数值解的比较, c 沿岸流流速实测值与数值解的比较. —数值解, ...实测值

4 结论

近岸波浪斜向传向岸边时,由波浪的浅化效应而引起的近岸波流体系对近岸区域的环境起着重要作用.在目前所采用的近岸波流场数学模型中,对辐射应力大部分都结合 Longuet-Higgins 和 Stewart 给出的波浪辐射应力公式进行计算,但在近岸波浪传播过程中,由于波浪发生折射、反射、绕射等各种效应,给局部复杂区域波向角的确定带来

了很大麻烦.本文直接从波浪辐射应力定义出发,采用结合椭圆型缓坡方程所给出的辐射应力公式计算波浪产生的辐射应力,从而绕开了对波向角的直接求解,在此基础上耦合椭圆型缓坡方程和近岸波流场数学模型对近岸波流场进行了数值模拟.本文所采用的数学模型综合考虑了波浪的折射、绕射、反射等效应,可用于相对较复杂区域的近岸波流场数值模拟.

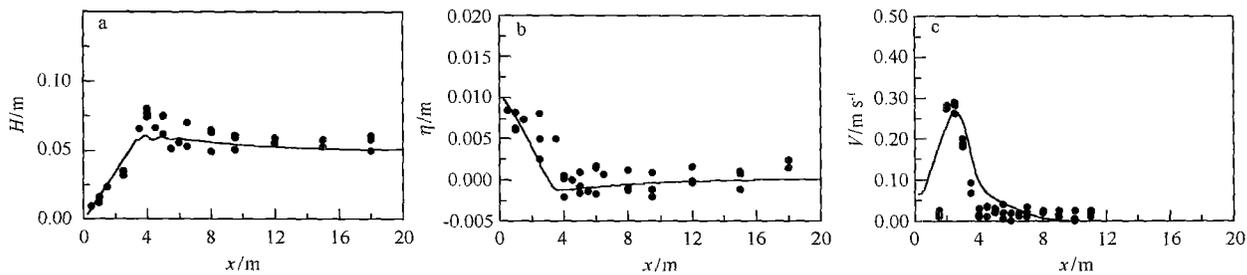


图3 工况3的数值模拟值与实测值的比较

a 波高实测值与数值解的比较, b 水面升高实测值与数值解的比较, c 沿岸流流速实测值与数值解的比较. —数值解, ...实测值

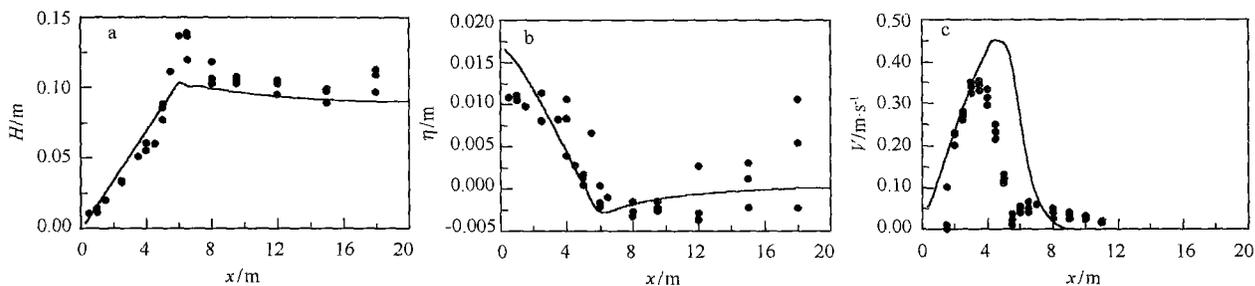


图4 工况4的数值模拟值与实测值的比较

a 波高实测值与数值解的比较, b 水面升高实测值与数值解的比较, c 沿岸流流速实测值与数值解的比较. —数值解, ...实测值

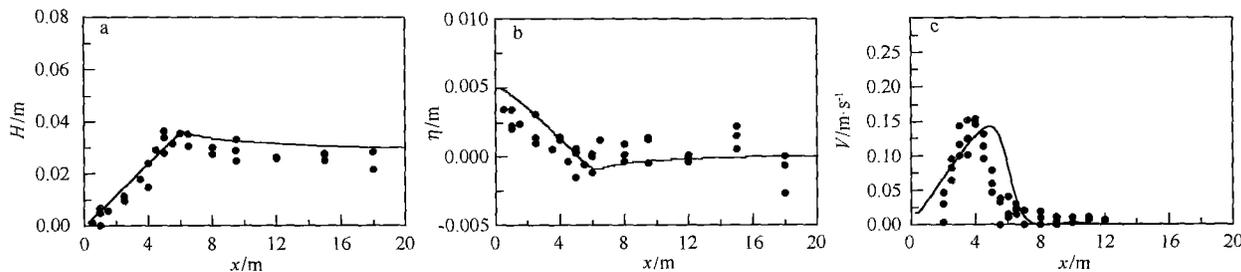


图5 工况5的数值模拟值与实测值的比较

a 波高实测值与数值解的比较, b 水面升高实测值与数值解的比较, c 沿岸流流速实测值与数值解的比较. —数值解, ...实测值

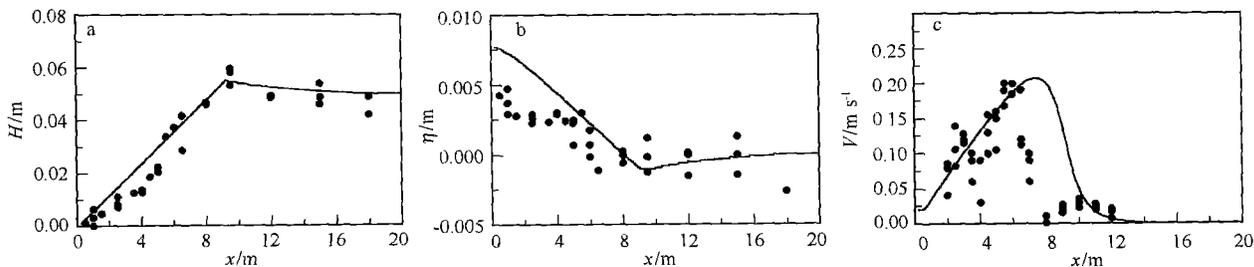


图6 工况6的数值模拟值与实测值的比较

a 波高实测值与数值解的比较, b 水面升高实测值与数值解的比较, c 沿岸流流速实测值与数值解的比较. —数值解, ...实测值

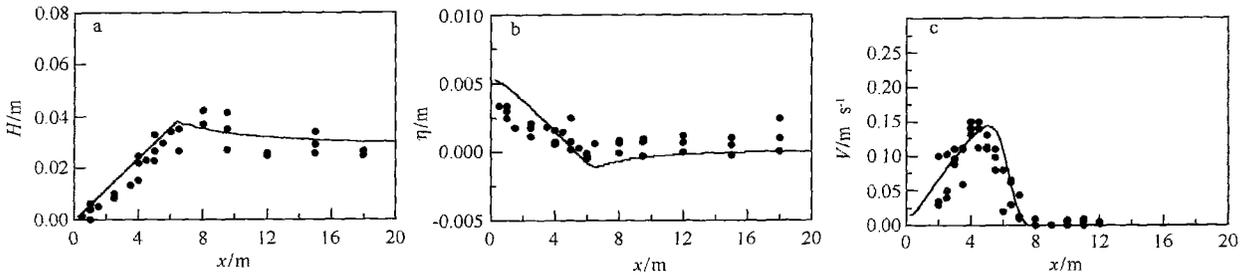


图 7 工况 7 的数值模拟值与实测值的比较

a 波高实测值与数值解的比较, b 水面升高实测值与数值解的比较, c 沿岸流流速实测值与数值解的比较. —数值解, ...实测值

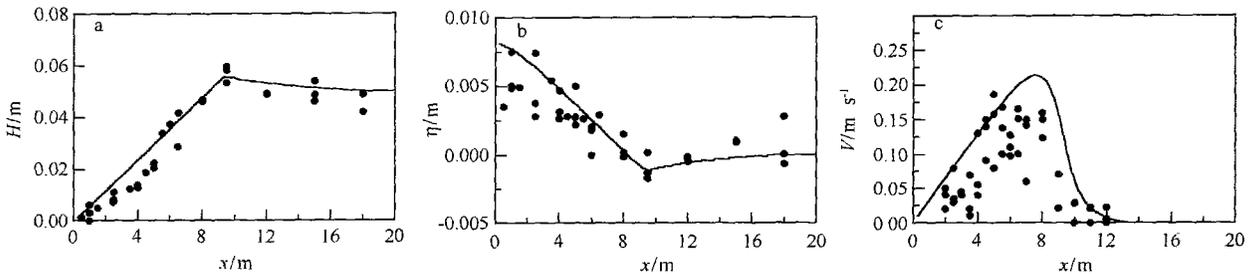


图 8 工况 8 的数值模拟值与实测值的比较

a 波高实测值与数值解的比较, b 水面升高实测值与数值解的比较, c 沿岸流流速实测值与数值解的比较. —数值解, ...实测值

参考文献:

- [1] LONGUET-HIGGINS M S, STEWART R W. Radiation stress mass transport in gravity waves, with applications to surf beats[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1962, 13: 481—504
- [2] LONGUET-HIGGINS M S, STEWART R W. Radiation stress in water waves: a physical discussion with applications [J]. *Deep-Sea Research*, 1964, 31: 529—562.
- [3] LONGUET-HIGGINS M S. Longshore currents generated by obliquely incident sea waves: I [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1970, 75(31): 6 778—6 789.
- [4] LONGUET-HIGGINS M S. Longshore currents generated by obliquely incident sea waves: [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1970, 75(33): 6 790—6 801.
- [5] NIELSEN C, APELT C. The application of wave induced forces to a two-dimensional finite element long wave hydrodynamic model [J]. *Ocean Engineering*, 2003, 30: 1 233—1 251.
- [6] 郑永红, 沈永明, 邱大洪. 结合抛物型缓坡方程计算波浪辐射应力[J]. *海洋学报*, 2002, 6: 110—116.
- [7] 包四林, 西村 仁嗣. 近岸波生流数值计算的一种新方法[J]. *海洋学报*, 2000, 22(5): 115—123.
- [8] 孙 涛, 陶建华. 波浪作用下近岸区污染物输移扩散的数学模型及其实验验证[J]. *海洋学报*, 2003, 25(3): 104—112.
- [9] BERKHOFF J C W. Computation of combined refraction-diffraction [A]. *Proceeding of the 13th Conference on Coastal Engineering: Vol. I*[C]. Vancouver: ASCE, 1972. 471—490.
- [10] DALLY W R, DEAN R G, DALRYMPLE R A. Wave height verification across beaches of arbitrary profile [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1985, 90(C6): 11 917—11 927.
- [11] MEI C C. A note on the averaged momentum balance in two-dimensional water waves [J]. *Journal of Marine Research*, 1973, 31(2): 97—104.
- [12] BETTESS P, BETTESS J. A generalization of the radiation stress tensor [J]. *Applied Mathematical Modeling*, 1982, 6: 146—150.
- [13] 王淑平. 沿岸流的研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2001.

The numerical simulation of nearshore current combined with the elliptic mild-slope equation

TANG Jun¹, SHEN Yong-ming¹, ZHENG Yong-hong², QIU Da-hong¹

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China;

2. Guangzhou Institute of Energy Conversion, Chinese Academy of Sciences, Guangzhou 510640, China)

Abstract: The nearshore current generated by the breaking of water waves when the waves propagate to the shore is one of the most important hydrodynamic factors in coastal zones. The wave and longshore current field have been numerically simulated based on the elliptic mild-slope equation and wave-current model. As the wave direction is hard to be defined due to the refraction, diffraction and reflection of waves in some local complicated regions, the wave radiation stresses have been calculated combining with the elliptic mild-slope equation which accounts for the refraction, diffraction and reflection of waves and in which the wave angles have not been involved, and the nearshore wave current field has been numerically simulated based on these, which has made the numerical model can be widely used in complicated coastal regions.

Key word: elliptic mild-slope equation; wave breaking; radiation stress; nearshore current