

# 不完全立波的二维数值波浪水槽模拟

李炎保<sup>1</sup>, 黄凌燕<sup>1</sup>, 谷汉斌<sup>1</sup>

(1. 天津大学 建工学院港口工程系, 天津 300072)

**摘要:** 利用二维数值波浪水槽研究波浪在防波堤前的运动状态. 模型选用 Navier-Stokes 方程作为基本方程, 以有限元法对基本方程进行离散. 以直立堤前完全立波和越浪条件的不完全立波、斜坡堤前的不完全立波等典型情况的模拟为基础, 组合这些典型情况模拟削角堤前不完全立波运动, 探讨其堤前波面、波节点及波腹点位置、波压力等特性变化.

**关键词:** 数值波浪水槽; 不完全立波; 削角堤

中图分类号: TV 139. 2<sup>+</sup> 6 文献标识码: A 文章编号: 0253- 4193(2002) 04- 0105- 06

## 1 引言

利用二维数值波浪水槽研究波浪与建筑物的相互作用在近十年内取得了很大发展<sup>[1-2]</sup>. 新的计算方法和模式不断发展, 并且趋向于多种方法组合使用. 研究内容更为广泛, 从研究波浪的破碎、反射、透射等运动特性, 趋向于研究波浪作用下结构物内部的水流、压力及波浪作用下结构的受力或变形. 波浪与建筑物的相互作用的课题是多方面的, 削角堤前不完全立波水动力特性的数值模拟涉及多种边界条件的组合, 现有成果尚不多见. 刘海青<sup>[1]</sup>曾采用以 Navier-Stokes(N-S) 方程作为基本方程, 以有限元法进行离散的方法模拟台阶地形上的波浪运动. 本文将这一方法推广于处理削角堤前不完全立波水动力特性的模拟.

## 2 基本方程和求解方法

### 2.1 Navier-Stokes 方程的有限元特征方程

采用 N-S 方程作为波浪运动数值模拟的基本方程, 该方程描述了流体运动一般规律. 从基本的 N-S 方程出发, 建立 Galerkin 积分表达式, 对动量方程应用边界条件和格林原理进行简化. N-S 方程最终的 Galerkin 积分表达式为

收稿日期: 2001- 01- 05; 修订日期: 2001- 06- 11.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59779004); 大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室基金资助项目(LP9803).

作者简介: 李炎保(1942-), 男, 湖南省益阳市人, 教授, 博士生导师, 从事港口海岸工程研究.

$$\iint_{\Omega} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \delta p \, d\Omega = 0, \quad (1)$$

$$\iint_{\Omega} \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - f_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ p \delta_{i,j} - \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \right\} \delta u_i \, d\Omega = 0, \quad (2)$$

式中,  $i, j = 1, 2$ , 分别代表二维问题中的水平方向和竖直方向;  $u_i$  表示速度;  $p$  表示流体中的正压力;  $\mu$  为黏性系数;  $\delta_{i,j}$  为 Kronecker 数;  $f_i$  为外力.

将所分析的区域划分为有限个等参单元体, 坐标变换取

$$x = \sum_i^{N_e} N_i x_i, \quad y = \sum_i^{N_e} N_i y_i, \quad (3)$$

式中,  $N_i$  为形函数;  $n_e$  为单元的节点数. 速度和压力在单元中近似表为

$$u = \sum_i^{N_v} \Psi_i u_i(t), \quad v = \sum_i^{N_v} \Psi_i v_i(t), \quad p = \sum_i^{n_p} \Phi_i p_i(t), \quad (4)$$

式中,  $n_v$  和  $n_p$  分别为单元中速度节点总数和压力节点总数;  $\Psi$  和  $\Phi$  分别为插值函数;  $u_i, v_i$  和  $p_i$  分别为插值节点上的速度值和压力值. 用向前差分代替时间导数, 把式(3)、(4)代入式(1)、(2)可得单元有限元特征式, 然后对所有单元求和, 得总体有限元特征式, 这样就可通过边界条件求解.

为方便模拟自由表面和越浪及爬坡的需要, 在本模型中采用了拉格朗日坐标. 按照最初静止状态的水体把它划分为若干四结点四边形网格, 在以后任意时刻都重新计算网格位置, 在整个计算过程中网格个数保持相等, 给计算和网格布置带来方便.

## 2.2 边界的处理

### 2.2.1 自由表面边界

波浪运动的自由表面边界条件包括动力学边界条件和运动学边界条件, 可把它们表示为

$$p = p_0 \quad (5)$$

$$\frac{Dh}{Dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial x} u + \frac{\partial h}{\partial y} v = 0, \quad (6)$$

式中,  $p_0$  表示大气压力. 假设与自由表面相接触的空气没有运动, 则自由表面上压力为常数, 为简单起见, 取此常数为 0, 即  $p_0 = 0$ . 对于自由表面压力为 0 这一动力学边界条件, 在有限元程序中可以很容易地给出. 对于自由表面上运动学边界条件式(6), 要求自由表面上的点以该点所在的流场速度移动, 即

$$x_i^{n+1} = x_i^n + u_i^{n+1} \Delta t, \quad (7)$$

$$y_i^{n+1} = y_i^n + v_i^{n+1} \Delta t, \quad (8)$$

式中,  $x_i$  和  $y_i$  为自由表面上的点;  $u_i$  和  $v_i$  为该点所在流场速度;  $x_i^{n+1}$  和  $y_i^{n+1}$  代表  $n+1$  时刻自由表面的新位置.

### 2.2.2 物面边界

本模型选用 N-S 方程作为基本方程, 考虑了流体的黏性, 对于任意地形的水底或建筑物表面应为不可滑移边界. 设物面的切线方向与  $x$  方向夹角为  $\theta$ , 物面边界的水质点运动应满足两个速度条件, 即

$$v \cos \theta + u \sin \theta = 0, \quad (9)$$

$$u \cos \theta - v \sin \theta = 0, \quad (10)$$

由此可以满足任意地形的需要并且减少迭代次数.

### 2.2.3 开边界

在不存在建筑物的条件下波浪向域外传播将不受边界影响,也不对域内产生反射,这是开边界应满足的基本条件. 本文采取联合使用在水槽末端设置速度衰减区和在末端边界应用 Sommerfeld 线性辐射条件两种方法来满足开边界条件. 在开边界前一定区域内设置速度衰减区(velocity reduction zone, 简称 VRZ), 如图 1 所示. 在速度衰减区内竖向速度按指数衰减, 即

$$v_r = v \exp\left[-\alpha \frac{x_r}{L_r}\right], \quad (11)$$

式中,  $\alpha$  为无量纲常数, 由经验给出;  $v$  是由基本方程计算得的速度值, 通过乘以这个指数函数可使波幅衰减. Arai<sup>[3]</sup> 指出水平速度的衰减破坏了流动连续性, 在边界处产生反射, 因此水平速度不作衰减.

Sommerfeld 辐射条件为

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + C \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

式中,  $\Phi$  表示波浪运动的任意变量;  $C$  为波速或相速. 在数值波浪水槽末端采用向前差分格式, 容易满足这一条件.

### 2.2.4 入射边界

入射边界  $S_1$  有两种方法可以模拟: 一种是模拟造波板的运动, 另一种是按照某种波浪理论直接给出入射边界  $S_1$  上结点的速度值, 本文采用后一种方法. 由于本文的计算情况一般都属于二阶斯托克斯波的适用范围, 因此  $S_1$  上的结点水平方向速度  $u$ , 竖直方向速度  $v$  及压力  $p$  按二阶斯托克斯波理论输入.

## 2.3 二维数值波浪水槽的验证

利用上述方法对波浪在平床上的传播进行数值试验, 以验证所建立的二维数值波浪水槽的性能, 并探讨网格划分、时间步长和开边界条件对计算结果的影响. 计算过程中抽取不同阶段的中间结果来检验数值波浪水槽的有效性, 包括波浪从入射边界开始传播、到达开边界、离开开边界后不同时段的水槽水面形状、波形稳定性等特征, 对这些特性都得到了满意的结果. 图 2 为本文数值模型得到的当入射波穿过开边界 1.5 倍波周期后水槽有效计算段的波面与二阶斯托克斯波的理论波面的比较, 两者基本吻合, 说明该数值模型可以给出合理的波面, 并具有相当的稳定性, 数值耗散较小.

## 3 典型情况下堤前波浪运动的模拟

为模拟削角直立堤前不完全立波运动, 首先对直立堤前的完全立波、越浪条件的不完全立波、斜坡堤前的不完全立波等 3 种典型情况进行模拟, 以便将其组合来处理复杂边界问题.

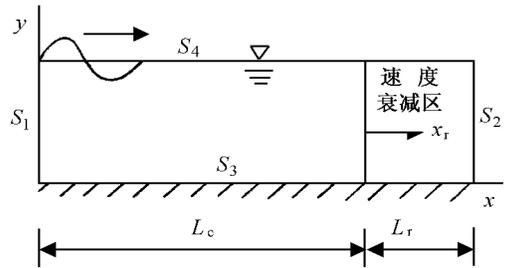


图 1 数值波浪水槽

$S_1$  为入射边界,  $S_2$  为开边界,  $S_3$  为底部边界,  
 $S_4$  为自由表面边界,  $L_c$  为有效计算域,  $L_r$   
为速度衰减区长度

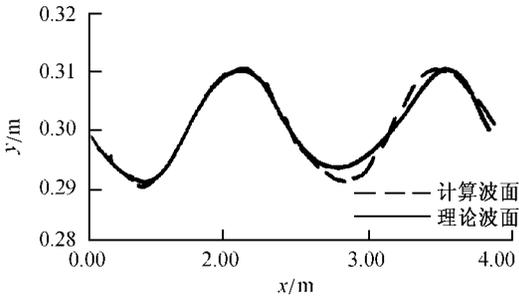


图 2  $t = 3.5T$  时本模型计算波面与二阶斯托克斯波理论波面的比较

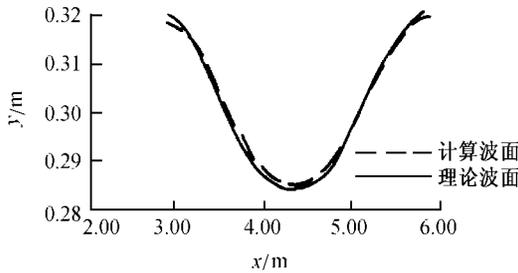


图 3 堤面处波面最大时( $t = 3.75T$ ) 计算波面与 Penny 和 Price 的立波理论波面<sup>[4]</sup>比较

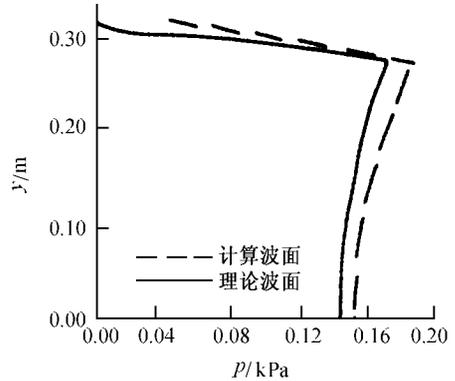


图 4 数模与 Penny 和 Price 理论<sup>[4]</sup>计算波压强比较

### 3.1 直立堤全反射和越浪情况的模拟

对直立堤全反射的模拟, 条件比较简单, 水槽一端为入射边界, 另一端为反射边界. 计算中在入射边界也设置了速度衰减区, 以吸收到达入射边界的反射波. 模拟计算获得的波面和波压力都与理论解结果接近(图 3, 4).

处理堤前出现越浪的不完全立波时在堤顶设置了开边界. 根据任意时刻堤面处的波面竖向坐标和堤顶的相对位置, 来决定水体是满足开边界还是墙边界. 图 5 为 直立堤出现越浪的一个算例.

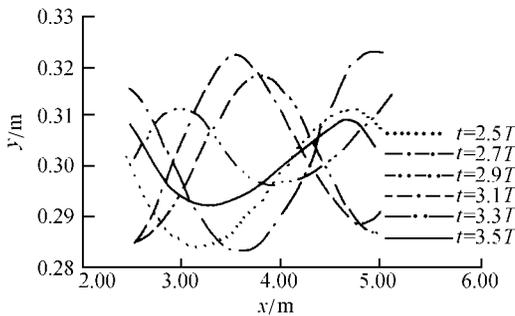


图 5 直立堤出现越浪的瞬时波面算例

### 3.2 斜坡前不完全立波的模拟

波浪在斜坡面上爬坡运动的边界为动边界, 计算域随模拟过程而变化. 为了确定自由水面在斜坡坡面的边界, 满足有限元计算的需要, 采用 Gopalakrishnan 和 Tung<sup>[5]</sup> 提出的预测-

校正法计算出坡面上自由水面的移动速度和距离,从而确定下一计算时刻的计算域.这种方法由某一时刻的加速度预报下一时刻的速度和时段内的位移,比较下一时刻计算得到的速度并作修正,通过重复迭代满足计算精度.当斜坡堤顶高度不足而可能发生越浪时,采用与直立堤同样的方法在堤顶设置开边界模拟越顶水流.

图6,7分别为堤顶不发生和发生越浪的瞬时波面算例,显示了斜坡堤前不完全立波的若干特性.例如波面震荡幅度相对于直立堤要小,坡前第一个波节点和波腹点向岸靠近,坡前形成深度大于波谷的回落点等.通过图6与图7的对比,还可注意到堤顶越浪条件下这些特征的减弱.

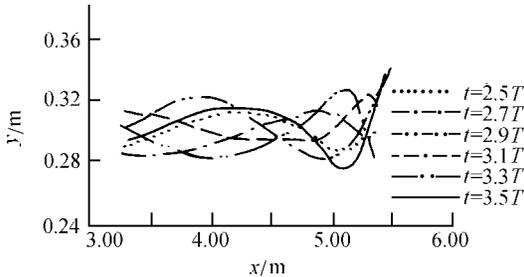


图6 斜坡堤堤顶不发生越浪的瞬时波面算例

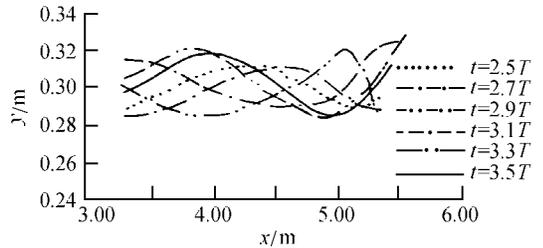


图7 斜坡堤堤顶越浪的瞬时波面算例

## 4 削角堤前不完全立波的模拟

利用上述斜坡堤前波浪运动模拟的方法,将单一斜坡边界改为下部直立、上部为斜面即可处理削角堤前不完全立波.这时数值波浪水槽端部包括三种边界,即全反射的直立边界、部分反射的斜坡顶面边界和堤顶越浪时的开边界.对于斜坡顶面,通过预测-校正法求出自由水面边界和最末端点的速度,以满足有限元计算的需要.根据自由水面边界末端点的位置,可将确定的斜坡顶作为开边界或者反射边界处理.

削角堤前不完全立波模拟结果表明,其堤前波浪运动与完全直立堤相比有明显的变化.波浪在堤顶的爬坡加大了堤前水面波动,第一个波节点和波腹点向堤靠近,但波浪反射有所减弱.堤前波压力小于直立堤波压力,堤顶削角起到降低波压力作用.图8给出削角堤堤顶越浪的瞬时波面算例.计算结果得到了物理模型的印证.

## 5 结论

(1) 本文采用 N-S 方程作为基本方程,以有限元法对基本方程进行离散,根据波浪运动特点建立自由面边界条件,考虑流体黏性对物面和底部边界采用不可滑移边界,采用速度衰减区作为人工衰减层与 Sommerfeld 辐射条件联合使用处理开边界,所建立的二维数值波浪水槽是模拟波浪与建筑物的相互作用的有效工具.

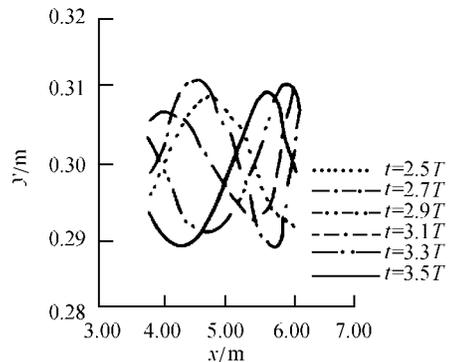


图8 削角堤堤顶越浪的瞬时波面算例

(2) 通过波浪在平床的传播计算对二维数值波浪水槽的各种性能进行了测试,证实了所建立的数值模型的可靠性,并探讨了网格划分、时间步长和开边界条件的应用方式对计算结果的影响。

(3) 利用这一数值波浪水槽,对直立堤前的完全立波、越浪条件的不完全立波、斜坡堤前的不完全立波3种典型情况进行了模拟,其中对斜坡堤上波浪运动的模拟采用预测-校正法预先计算出墙面上自由水面点的速度,作为已知条件来满足有限元计算的需要,以确定水体在斜坡上的爬坡运动的边界。根据模拟结果讨论了这些情况下波浪运动特性。

(4) 通过对上述3种典型情况的组合,模拟了削角堤前不完全立波运动,探讨其堤前波面、波节点及波腹点位置、波压力等特性变化情况,其结果得到了物理模型的印证。

#### 参考文献:

- [1] 刘海青,赵子丹,张庆河. 台阶地形上波浪运动的数值研究[J]. 水利学报, 1998, 10: 5—12.
- [2] 王永学. 孤立波破碎过程试验与数值结果比较[J]. 大连理工大学学报, 1994, 34(4): 463—469.
- [3] ARAI M, PAUL U K, CHENG L-y, et al. A technique for open boundary treatment in numerical wave tanks[J]. Journal of Society Naval Architects of Japan, 1993, 173: 45—50.
- [4] 邱大洪. 波浪理论及其在工程上的应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 1985.
- [5] GOPALAKRISHNAN T C, TUNG C C. Run-up of non-breaking waves—A finite element approach[J]. Coastal Engineering, 1980, 4: 3—22.

## Simulation of partial standing wave by two-dimensional numerical wave flume

LI Yan-bao<sup>1</sup>, HUANG Lin-yan<sup>1</sup>, Gu Han-bin<sup>1</sup>

(1. Department of Port and Coastal Engineering, School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** The partial standing wave hydraulic performance in front of breakwater is studied by a two-dimensional numerical wave flume. In this numerical model, Navier-Stokes equation is chosen as the basic equation and discretized by the finite elements method. Several typical cases, such as standing wave in vertical breakwater, partial standing wave in front of vertical breakwater when wave overtopped, and partial standing wave in front of sloping structure, are simulated firstly. Combining these typical situations, the partial standing wave in front of a chamfered breakwater is simulated. The wave profile, the position of wave nodes and anti-nodes and wave pressures of this reflected wave are studied with the simulation results.

**Key words:** two-dimensional numerical wave flume; partial standing wave; chamfered breakwater