

不规则波浪数值水槽的造波和阻尼消波

高学平¹, 曾广冬¹, 张 亚¹

(1. 天津大学 建筑工程学院, 天津 300072)

摘要: 利用 MAC (marker and cell) 法直接数值求解连续方程和 N-S 方程. 为模拟不规则波长时段连续造波及消除波浪遇结构物后形成的二次反射, 采用了源造波法. 对开敞边界, 采用了海绵阻尼消波和 Sommerfeld 条件相结合的处理方式.

关键词: MAC 法; 不规则波浪数值水槽; 源造波法; 阻尼消波

中图分类号: O353.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253 - (2002)02 - 0127 - 06

1 引言

造波和开敞边界处理是建立数值波浪水槽的两个关键问题, 尤其是数值模拟不规则波浪运动, 这是因为对不规则波浪运动, 必须模拟不规则波浪长时段连续造波及消除波浪遇建筑物后形成的二次反射. 对于规则波浪运动, 造波和开敞边界的处理已日趋成熟. 对于造波, 通常的处理方法是在水槽的一端直接给出规则波(如微幅波、二阶斯托克斯波、三阶斯托克斯波等)作为入射条件, 利用控制方程进行数值计算, 在波浪遇建筑物形成的反射波传至造波处形成的二次反射波再次到达建筑物之前则停止计算. 对于开敞边界(水槽的另一端), 一般是以 Sommerfeld 条件作为出流边界条件. 这种造波和开敞边界的处理方法意味着需大量地增加计算区域, 造成计算机资源的浪费. 近年来人们对造波及开敞边界的处理进行了进一步的研究, 给出了许多行之有效的方法. Brorsen 和 Larsen^[1]提出了适合于边界积分方程方法(BIEM)非线性波的源造波方法(source generation), 即在计算域内设置一造波源, 其源项等于生成波(如微幅波)相应的水平速度, 在源两边同时产生方向相反的两列波, 源项处可同时透过波浪遇建筑物形成的反射波. 王永学^[2]基于线性造波机理论应用 VOF 方法给出了可吸收造波机数值边界条件, 即造波板的运动除了产生行进波外, 同时还产生一个抵消反射波的局部波动. 大山和灘崗^[3]采用了“消波滤波器加透过”开敞边界条件的处理方法, 其思路是在边界设一具有消波功能的海绵阻尼段(sponge layer)以衰减波能的大部分, 同时在出流边界处利用 Sommerfeld 条件, 使未能衰减的部分波浪透过边界传到域外. 孙大鹏和李玉成^[4]亦采用上述开边界的处

收稿日期: 2000 - 10 - 27; 修订日期: 2001 - 02 - 28.

基金项目: 教育部留学归国基金资助项目(D49901); 国家自然科学基金资助项目(59979019).

作者简介: 高学平(1962—), 男, 天津市宁河县人, 教授, 博士, 从事波浪及泥沙研究.

理方法,利用边界元法开发了一非线性数值波浪水槽.王永学^[2]利用线性辐射条件得到了开边界处水平速度与波面之间的关系用于开敞边界的条件.大山和濑岡^[5]基于边界元方法,利用 Brorsen 和 Larsen 源造波法和消波滤波器开边界处理方法建立了非线性不规则波水槽.清川等^[6]针对数值模拟不规则波,给出了适合于 Boussinesq 方程的开敞边界处理方法,其思路是把开敞边界视为计算域内一部分,而不单独视为边界,使之满足域内同样的控制方程,采用后差分格式,使其计算精度与域内中心差分格式精度同阶.笔者曾按其思路,利用直接求解 N-S 方程及连续方程的 MAC 法进行开敞边界条件的处理,未能达到预想效果,分析其原因,可能是 N-S 方程中的压力项在边界处的处理较为困难,因而上述方法对含压力项的控制方程可能不适用.

本文应用 MAC 法直接数值求解 N-S 方程和连续方程,把适合于边界元法的源造波法移植于 MAC 法,采用消波滤波器和 Sommerfeld 条件相结合的开敞边界条件处理方法,针对不规则波浪运动数值模拟进行研究.

2 MAC 法中的源造波

2.1 MAC 法的控制方程及自由表面边界条件

MAC 法(marker and cell method)是用来求解不可压缩流体不定常问题的,尤其适用于含自由面的流体运动问题.它有两个显著特点,一是将速度和压力作为主变量,对不可压缩流体的控制方程(连续方程、N-S 方程)直接差分求解;二是在流体自由面网格内放置若干无质量标记点,标记点以所在流场的速度移动,通过跟踪自由面上的一系列标记点的移动,可以描绘出自由面的运动规律.

控制方程为

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} = \vec{X} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{U}, \quad (2)$$

式中, \vec{U} , p , ρ 分别为速度矢量、压力和流体密度; \vec{X} 是质量力矢量; t 为时间; ν 为流体运动黏滞系数.

自由表面条件包括动力学条件和运动学条件,即

$$\Phi = \Phi_0, \quad (3)$$

$$\frac{Dz_s}{Dt} = 0, \quad (4)$$

式中, z_s 为水面高程; Φ_0 为大气压强.

MAC 法即是对上述控制方程进行离散差分.为便于满足网格单元内速度散度为 0, MAC 法采用了网格交错技术(staggered mesh),即将压力定义于网格中心,将速度定义于网格边缘中心.有关 MAC 法的求解方法请参见文献[7].

2.2 造波源存在时的控制方程

源造波法是在求解域内沿水深方向设置一造波源,造波时同时产生传播方向相反的两列波(见图 1).对于二维问题,连续方程(1)应写为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} = q(x, z, t), \quad (5)$$

$$q(x, z, t) = \begin{cases} q_s(z, t) & x = x_s, \\ 0 & x \neq x_s, \end{cases} \quad (6)$$

式中, u, v 分别为 x, z 方向的速度; $q(x, z, t)$ 为源项; 造波位置 $x = x_s$ 处 $q_s(z, t)$ 为造波强度, 在造波位置以外 $q_s(z, t) = 0$. 把式(5)代入 N-S 方程(2)得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u + uq + \frac{1}{3} v \frac{\partial q}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial z} &= g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 v + vq + \frac{1}{3} v \frac{\partial q}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

2.3 造波强度 q_s 的表达式

因源造波法是在求解域内沿水深方向网格内设置, 造波时同时产生传播方向相反的两列波, 故取

$$q_s(z, t) = 2u(z, t)/dx, \quad (8)$$

式中, $u(z, t)$ 为波浪水质点在 z 处的水平速度; dx 为沿 x 方向的网格长度. 对规则波 $u(z, t)$ 按不同波浪水平速度表达式计算. 对不规则波, 采用波浪叠加法^[8], 把选定的波浪谱按频率等分 m 份, 再把代表 m 个区间内的波能的 m 个余弦波动线性叠加:

$$u(z, t) = \sum_{i=1}^m \sqrt{2s_{\eta\eta}(\hat{\omega}_i)\Delta\omega_i\omega_i} \frac{\cosh K_i z}{\sinh K_i h} \cos(\hat{\omega}_i t + \epsilon_i), \quad (9)$$

式中, $s_{\eta\eta}(\hat{\omega}_i)$ 为 ω_i 处的波谱值, $\hat{\omega}_i = \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_{i+1})$; $\Delta\omega_i = \omega_{i+1} - \omega_i$; $\hat{\omega}_i$ 为第 i 个组成波的圆频率, 在相应等分频率区间后半区随机取值; ϵ_i 为第 i 个组成波的随机初相位, 在 $(0 \sim 2\pi)$ 内随机取值; $K_i = 2\pi/L_i$, L_i 为相应的波长; h 为水深.

为保证计算的稳定性, 避免计算开始产生大波, 在 3 倍周期内使波浪逐渐加大, 造波强度按下式取值:

$$q_s(z, t) = \begin{cases} [1 - \exp(-2t/T)] \cdot 2u(z, t)/dx, & t/T \leq 3, \\ 2u(z, t)/dx, & t/T > 3, \end{cases} \quad (10)$$

式中, T 为周期.

3 开敞边界的处理方法

在开敞边界采用消波滤波器和 Sommerfeld 条件相结合的处理方法, 即在计算域边界前设置 1 倍波长的海绵层消波段, 其后由 Sommerfeld 条件构成(图 1).

在海绵层消波段内, 可把 N-S 方程写为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u - \mu u \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial z} &= g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 v - \mu v \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

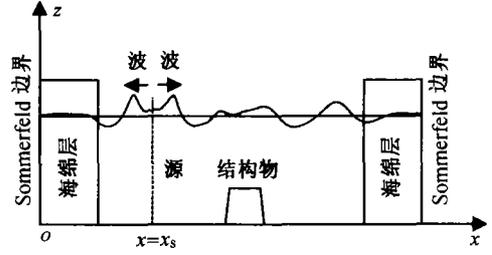


图 1 数值波浪水槽示意图及坐标

式中, μ 为消波系数, 沿波浪传播方向取线性分布 $\mu = \mu(x)$. 在海绵层消波段内, 波浪运动需满足连续方程式(1).

在边界处可把 Sommerfeld 条件写为

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad (12)$$

式中, Q 为变量(如速度、波高等); c 为波速, 对规则波取 $c = L/T$, 对不规则波取 $c = \sqrt{gh}$.

4 不规则波浪水槽及其应用

源造波置于 $x = x_s$ 处, 左、右两端开边界采用消波过滤器和 Sommerfeld 条件相结合的处理方法(见图1). 本文数值水槽总长取 5.5 倍波长, 消波段长取 1 倍波长.

4.1 规则波计算

图2给出了自造波开始时间 $t = 3.3T$ 时的波面变化, 自造波位置 $x = x_s$ 同时产生两列传播方向相反的波浪. 图3给出了距造波位置 2 倍波长处波面随时间的变化以及与二阶斯托克斯波理论解的比较, 图3显示本文计算结果与理论解吻合较好.

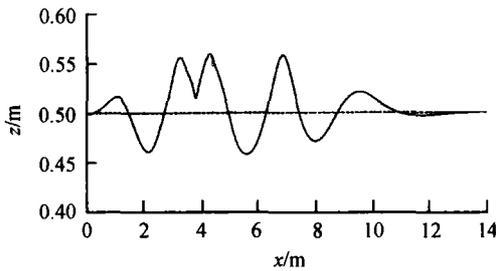


图2 造波开始 $3.3T$ 时的波面变化
源造波位置 $x = 3.86$ m, $h = 0.50$ m,
 $H = 0.095$ m, $T = 1.4$ s

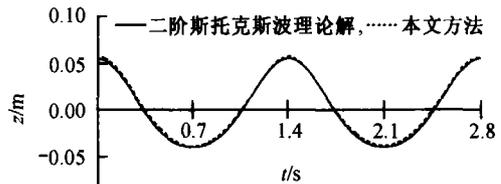


图3 距源造波 $2L$ 处的波面与二阶
斯托克斯波理论解的比较

$h = 0.50$ m, $H = 0.095$ m, $T = 1.4$ s

4.2 立波计算

设水槽右端边界(距造波位置 $1.5L$)为直墙边界, 使波浪传至直墙时形成全反射, 直墙前产生立波运动. 图4给出了自造波开始 $t = 7T, 12T$ 时的波面变化以及 Mich 二阶立波理论解, 不同时刻的计算结果与理论解基本吻合, 说明源造波法能较好地吸收波浪遇直墙形成的反射波.

4.3 不规则波计算

本文按 JONSWAP 谱

$$S(f) = \alpha H_{1/3}^2 \frac{1}{T_p^4 f^5} \exp\left[-\frac{5}{4} \left(\frac{1}{T_p f}\right)^4\right] \gamma \exp\left[-\frac{(T_p f - 1)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (13)$$

式中 $\alpha = 0.0624 / [0.230 + 0.0336\gamma - 0.185(1.9 + \gamma)^{-1}]$; $f \leq f_p$ 时 $\sigma = 0.07$, $f > f_p$ 时 $\sigma = 0.09$; $\gamma = 3.3$, 应用式(9)在 $x = x_s$ 处产生不规则波. 为检验海绵层阻尼消波效果, 分别对设置海绵层和不设置海绵层的不规则波浪进行了计算. 图5给出了自造波开始 6 倍谱峰周期时两种情况的波面变化过程(1 倍谱峰周期内)比较. 在不设置海绵层情况下, 在开敞边界

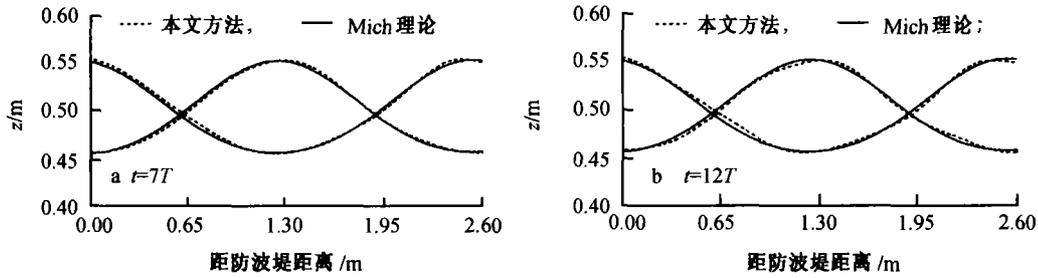


图4 不同时刻立波波面比较

a. 造波开始后 $7T$ 时刻, b. 造波开始后 $12T$ 时刻. $h = 0.50$ m, $H = 0.095$ m, $T = 1.4$ s

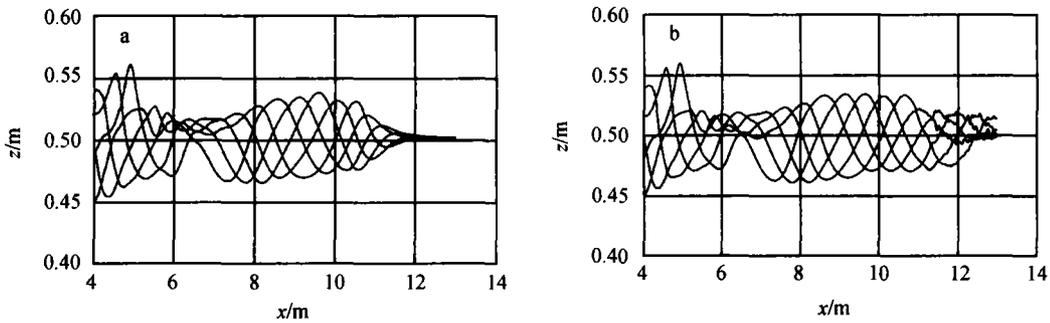


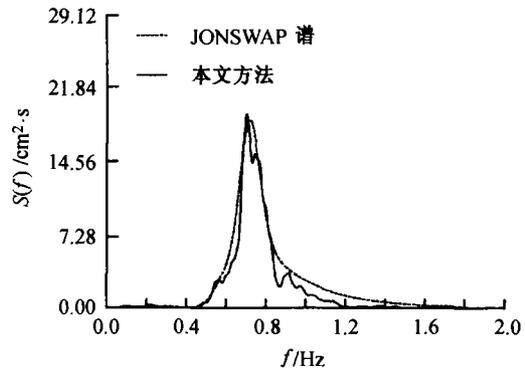
图5 在开敞边界设置海绵层和不设置海绵层时波面变化过程比较

a. 设置海绵层, b. 不设置海绵层. 源位置 $x = 3.85$ m, $h = 0.50$ m; $H_s = 0.085$ m; $T_p = 1.4$ s

处波面不光滑, 开始紊乱; 在设置海绵层情况下, 在开敞边界处波面光滑, 说明海绵层阻尼消波具有很好的效果. 在自造波开始 8 倍谱峰周期波浪平稳后开始记录距造波处 1.5 倍波长处的波面变化, 记录数据为 2 048 个, 记录时间间隔 $\Delta t = 0.05$ s, 经统计计算得出此处的波谱, 并连同理论谱绘于图 6, 结果表明, 本文计算所得波谱与理论谱基本吻合.

5 结论

为在直接差分求解 N-S 方程和连续方程的 MAC 法中采用源造波法, 推导了带有造波源项的控制方程. 对立波计算结果表明, 源造波法能较好地吸收波浪遇建筑物产生的反射波. 计算结果表明, 由源造波法、消波滤波器和 Sommerfeld 条件相结合的开敞边界条件的处理方法建立起来的数值波浪水槽能较好地模拟不规则波、规则波以及立波等运动规律.

图6 距造波 $x = 1.5L_p$ 处波谱与理论谱的比较

$h = 0.50$ m; $H_s = 0.085$ m; $T_p = 1.4$ s

参考文献:

- [1] BRORSEN Michael, LARSEN Jesper. Source generation of nonlinear gravity waves with the boundary integral equation method [J]. *Coastal Engineering*, 1987, 11: 93~113.
- [2] 王永学. 无反射造波数值波浪水槽[J]. *水动力学研究与进展*, 1994, 19(2):205~214.
- [3] 大山 巧, 灘崗和夫. 数值波動水槽における開境界処理のための数値消波フィルターの開発[A]. 第37回海岸工学論文集[C]. 東京:日本土木学会, 1990. 16~20.
- [4] 孙大鹏, 李玉成. 数值水槽内の阻尼消波和波浪变形计算[J]. *海洋工程*, 2000, 18(2):46~50.
- [5] 大山 巧, 灘崗和夫. 非線形不規則波動場を対象とした数値波動水槽の開発[J]. *土木学会論文集*. 1991, 429(II-15):77~85.
- [6] 清川哲志, 灘崗和夫, BEJI Serdar. 非線形波動伝播シミュレーションにおける開境界処理の一方法[A]. 第43回海岸工学論文集[C]. 東京:日本土木学会, 1996. 6~10.
- [7] 高学平, 赵子丹. 直立堤前为任意地形时立波运动的数值分析[J]. *海洋学报*, 1995, 17(1):111~120.
- [8] 俞聿修. 随机波浪及其工程应用[M]. 大连:大连理工大学出版社, 2000. 221~227.

Wave generation and damping absorber of irregular waves with MAC method

GAO Xue-ping¹, ZENG Guang-dong¹, ZHANG Ya¹

(1. *School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China*)

Abstract: MAC (marker and cell) method is applied to solve the N-S equation and continuity equation numerically. In order to simulate successive long-time wave generation of irregular waves and absorb the reflected waves from a structure, the source generation of waves is applied. A sponge layer for wave damping absorber combined with the Sommerfeld radiation is used to the open boundary.

Key words: MAC method; numerical tank of irregular waves; source generation of waves; wave damping absorber