

约束冰层温度膨胀力的研究^{*}

史庆增 徐 阳

(天津大学建工学院海洋工程系, 天津 300072)

关键词 冰 温度场 温度膨胀力 有限元 层合板理论

中图分类号: P731.15; P752.3

1 引言

由水冻结成冰的相变过程中体积会膨胀;冰在升温过程中体积也会膨胀. 本文讨论的是后者.

海冰与海中固定式结构、防波堤、护岸等相互接触, 这些结构物形成了冰的约束边界. 当外界环境温度(主要是气温)发生变化时, 冰的温度场也发生变化, 从而引起冰的应变, 产生温度应力, 并对结构产生温度膨胀力. 冰温度膨胀力要受约束边界的形状、约束体的刚度、冰层的相对厚度、温升率、应变率等多种因素的影响.

冰层温度膨胀力对结构物的影响已引起国内学者的注意¹⁾, 进一步的研究工作正在进行中. 在国外, 尤其地处高纬度的前苏联^[1]、加拿大等国家, 冰的温度膨胀力问题一直受到关注, 并做了试验和理论分析工作^{2), [2, 3]}. 本文将层合板理论^[4]引入冰层温度应力的分析求解中, 提出了一种求解对边约束冰层温度膨胀力新的理论模型和计算方法.

2 分析实例及计算模型

对边约束、四边约束、四周(指圆形)约束等都是对冰层常见的约束形式, 本文考虑的工程原型是一卧式半圆筒形钢筋混凝土壁的护岸结构, 如图 1 所示. 这种结构沿半圆筒轴线每 2.5 m 长为一段, 各段顺半圆筒轴线方向依次放置形成长条形结构. 构件的底板及靠海一侧的潮差段都有透水孔, 在寒潮且低潮位的情况下, 首先底板的透水孔可能被冻结, 随后侧面最下层

本文于 1999-06-28 收到, 修改稿于 1999-10-10 收到.

^{*} 国家自然科学基金重点资助项目(编号: 59739170).

1) 岳前进, 李洪升. 温度胀压力理论计算与实测方法的若干问题. 第一届全国冰工程学术会议论文集. 1992, 205~212.

2) Azarnejad A, Hurdey T M. A study of thermal loads from partially confined ice sheets. To be published in Proceedings of CSCE 1998 Annual Conference, 1998.

第一作者简介: 史庆增, 男, 59 岁, 教授, 从事海洋工程和冰力学研究.

透水孔以下的海水可能被冻结形成第一层冰. 在以后的涨、落潮过程中, 留在半圆筒内的海水也会逐层冻结. 沿半圆筒轴线方向结构对冰层无约束, 半圆筒左右两边壁对筒内底层的冰层形成了近似无限长的对边约束. 外界温升后, 这些冰层的温度膨胀力将以侧推力的形式作用在结构的内壁上.

为建立分析模型, 首先对图 1 所示的典型断面中冰层的 zx 面划分网格(图 2), 并列出其热传导微分方程, 给定边界条件, 利用有限元结合有限差分法原理编制程序, 计算出 zx 面的温度场, 然后再采用层合板理论, 在 xy 面划分矩形单元(图 3). 在此基础上列出冰层的热弹性基本表达式, 推导出热弹性有限元方程, 并据此编写程序, 结合计算出的冰层的温度场, 即可得到冰层的热应力场, 进而得到冰层的温度膨胀力.

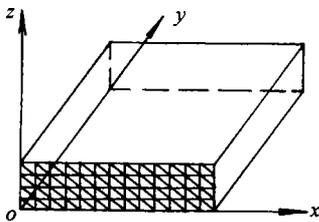


图 2 分析温度场的单元划分

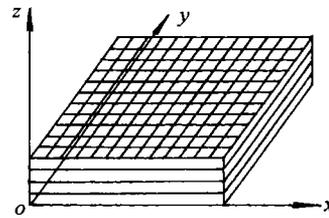


图 3 分析温度应力的单元划分

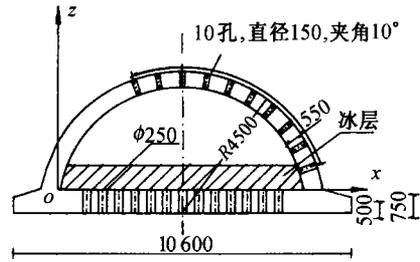


图 1 半圆筒形结构及第一层冰层(单位为 mm)

3 冰层的温度场及边界条件

半圆筒形结构、冰层和外部环境之间的热传导过程中, 冰层内部的温度变化主要由表面气温变化引起. 冰层的温度场 $T(x, z, t)$ 不仅是 x, z 的函数, 也是时间 t 的函数, 是一个不恒定温度场^[5]. 平面不恒定温度场应满足微分方程:

$$k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] = C_p \gamma \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (1)$$

式中, C_p 为材料的比热; γ 为材料的密度; k 为热传导系数.

对于不同的热边界条件, 上式有不同的解. 本课题采用第 3 类边界条件, 即在边界上:

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = -q + \lambda(T - T_f), \quad (2)$$

式中, n 为边界外法线方向; q 为进入的热流; T_f 为周围介质的温度; λ 为放热系数, 与边界形状及表面情况有关. 这种边界的边界处温度未知, q, λ, T_f 为已知量. 此外, 也有更简单的第 1 和第 2 类边界条件, 本文采用的是最切合实际、也最复杂的第 3 类边界条件.

4 冰层热弹性有限元分析

本文在进行冰层热弹性有限元分析中采用了层合板理论^[4], 所谓层合板是由多层很薄的

单层板合成为整体的结构单元,相邻层之间粘结牢固,各层材料可以相同,也可以不同.各层分别采用有限元分析,然后把各层总和起来,即得应力场分布.

计算半圆筒形护岸最下一排孔与底板之间冻结的冰层时,护壁边界近似设为竖直壁, y 方向无限长且无约束.在柯西霍夫假定的基础上,首先建立冰层热弹性基本方程,即冰的几何方程、物理方程和内力方程.

当冰层任一 i 层薄板单元中任一点的位移分量 u, v, w 都用中面位移 u_0, v_0, w_0 的连续函数表达时,由分层模型假设和柯西霍夫假设,得冰层中任一 i 层薄板单元由中面位移等表示的应力分量 $\sigma_{xi}, \sigma_{yi}, \tau_{xyi}$ 为^[6]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xi} &= \frac{E_i}{1-\mu_i^2} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \mu_i \frac{\partial v_0}{\partial y} - z\mu_i \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) - \frac{\alpha_i E_i \Delta T_i}{1-\mu_i} \\ \sigma_{yi} &= \frac{E_i}{1-\mu_i^2} \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + \mu_i \frac{\partial u_0}{\partial x} - z\mu_i \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) - \frac{\alpha_i E_i \Delta T_i}{1-\mu_i} \\ \tau_{xyi} &= \frac{E_i}{2(1-\mu_i)} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

式中, E 为弹性模量; μ 为泊松比; α 为线膨胀系数; ΔT_i 为温升.显然,上式考虑了温差 ΔT_i 引起的应变.根据冰层每一层的应力分量 σ_{xi}, σ_{yi} 与 τ_{xyi} , 又可求出薄板中相应的内力矩,即每单位长度的弯矩 M_x, M_y 和扭矩 M_{xy} , 同时也可求出相应的膜内力 N_x, N_y 与 N_{xy} . 可以用矩阵形式表示内力方程:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon \\ k \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{N^T\} \\ \{M^T\} \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

式中, $[A]$ 为拉伸刚度矩阵; $[B]$ 为耦合刚度矩阵; $[D]$ 为弯曲刚度矩阵.

为求解热弹性有限元基本方程,可建立冰层四结点矩形薄板单元的几何矩阵,再把式(4)

中的 $\begin{Bmatrix} \epsilon \\ k \end{Bmatrix}$ 简写成微分矩阵形式,便可得单元内力的表达式:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = [S] \{\delta\}^e + \begin{Bmatrix} \{N^T\} \\ \{M^T\} \end{Bmatrix}. \quad (5)$$

为了用有限元方法来求解,需要建立问题的泛函,然后根据泛函的极值条件来求解.本文利用了最小势能原理,其势能泛函为

$$\begin{aligned} \Pi^e &= \frac{1}{2} \iint_A \left[\begin{Bmatrix} \epsilon \\ k \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \epsilon \\ k \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \{N^T\} \\ \{M^T\} \end{Bmatrix} \right] dx dy \\ &= \frac{1}{2} \{\delta\}^{eT} [K]^e \{\delta\}^e - \{\delta\}^{eT} \{P\}^e, \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $[K]^e$ 为单元刚度矩阵; $\{P\}^e$ 为单元载荷列阵, $\{P\}^e$ 既有热载荷又有分布力载荷:

$$\{P\}^e = [\{P_i\}^e \{P_j\}^e \{P_m\}^e \{P_p\}^e]^T. \quad (7)$$

把单元坐标全部转换成总体坐标,把单元结点载荷转换成总体结点载荷,单元刚度矩阵由局部坐标系转换到总体坐标系,然后把刚度矩阵和载荷列阵按结点对应关系镶嵌起来,得到冰层热应力问题的有限元方程为

$$[K]\{\delta\} = \{P\}, \quad (8)$$

由此可得到中面处的位移及应力,进而可以计算出各层的应力.

5 计算结果及分析

用以上推导的公式,编制了 NDP 计算机程序,对图 1 所示的半圆筒形结构中的第 1 层冰进行了计算. 计算时取冰面气温在 1 h 内由 $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$ 均匀升到 $-6\text{ }^{\circ}\text{C}$. 假设初始时冰温沿冰厚线性分布,温度变化过程中,冰面温度始终与气温一致,冰层底面始终与 $-1.8\text{ }^{\circ}\text{C}$ 的海水温度相同. 经计算,得到整个冰层的温度场分布和应力分布. 图 4 是 $x=0$ 即冰与筒壁接触处冰层的温度场,图 5 是 $x=0$ 处冰层的温度应力沿冰厚的分布,沿边壁积分可得边壁上总的冰膨胀温度力.

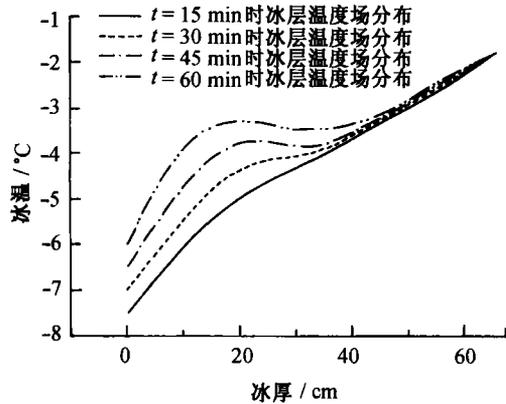


图 4 $x=0$ (边壁)处冰层温度场

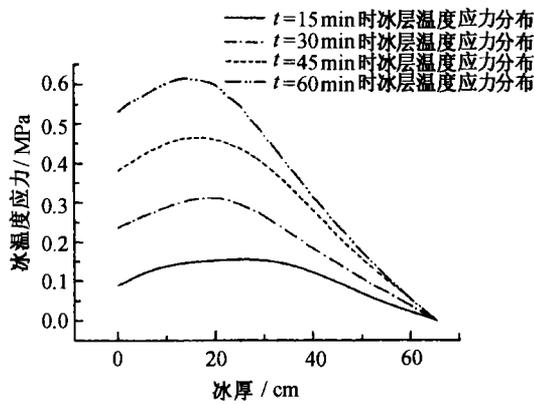


图 5 $x=0$ (边壁)处冰层温度应力

通过对典型的卧式半圆筒等结构分析计算的结果可以看出:(1)求出冰层在边壁处的热应力后,可方便地得到冰层的热膨胀载荷.(2)冰层底部冰温没有变化,温度应力为 0.(3)冰层顶部温度随气温随时都在变化,但这里并不是热应力峰值,这是因为按第 3 种边界条件考虑时约束边壁本身也有温升变化并向冰层内传导.(4)热应力峰值出现在冰层中间的某一位置,位置的高低与温升率有关,温升率越高,热应力峰值位置也越高,而温升率又取决于温升幅值和温度变化速率.(5)热应力的大小也取决于温升率,温升率越高,热应力峰值越大.

6 讨论

6.1 本文给出的分析方法涉及冰层的对边约束问题,除卧式半圆筒结构外,同样适用于类似结构,如顺直的水道等.若在建立冰层热弹性基本方程时考虑 x, y 两个方向的约束条件,则导出的方法还可以解决双向约束的问题,如矩形沉箱等结构内存水的冰温度膨胀载荷.

6.2 本分析方法涉及竖直的约束边壁,在建立冰层热弹性基本方程时改变边界几何条件为倾斜约束,则可解决冰层对倾斜边壁的温度膨胀载荷.

6.3 进行冰层温度场分析时采用了第 3 类温度边界条件,虽然分析的工作量增加了,但可更真实地反映实际情况.

6.4 冰在低应变速率下会发生蠕变变形,所以温升率很低时冰层与结构的相互作用表现出应力松弛,本文没有考虑这种情况,这对结构更趋于安全.

6.5 采用冰的弹性力学模型推导的三维有限元方程,不仅适用于平面问题,而且还可用于计算某些空间冰体的温度应力场.

参考文献

- 1 原苏联国家建设委员会. 潘少华译. 波浪、冰凌和船舶对水工建筑物的荷载与作用. С НН П. 2. 06. 04 - 82*. 南京: 河海大学出版社, 1983. 43~45
- 2 Kong W L. Thermal ice pressure in cylindrical water tanks [Ph. D. thesis]. Queen's University, Kingston, Ont, 1986
- 3 Kong W L, Campbell T I. Thermal pressure due to an ice cap in an elevated water tank. Canada Journal of Civil Engineering, 1987, 14: 519~526
- 4 Jones R M. 复合材料力学. 上海: 上海科学技术出版社, 1981
- 5 严宗达, 王洪礼. 热应力. 北京: 高等教育出版社, 1993
- 6 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法. 北京: 清华大学出版社, 1997

A study on thermal expanding force of confined ice sheet

Shi Qingzeng,¹ Xu Yang¹

1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072

Key words Ice, temperature distribution, thermal expanding force, finite element techniques, layer-plated theory