

近海海域污染源的合理布局

许志强 刘淑珍 冯恩民

(大连理工大学应用数学系, 大连 116023)

刘 恒 魁

(国家海洋局海洋环境保护研究所环境动力研究室, 大连 116023)

摘 要 针对近海海域污染源合理布局问题建立数学模型, 论述解的存在性, 构造了优化计算方法, 对实际海域进行数值计算, 通过优化前后海域污染程序的对比, 验证了数学模型与算法的正确性与实用性.

关键词 污染扩散 合理布局 优化算法

中图分类号: X501

1 引言

近十几年来, 由于环境保护和管理的迫切需要, 污染扩散的数值研究获得了重大进展, 我国学者也对其进行了多方面研究, 这些成果能很精确地模拟出海域的污染状况, 进入了实用阶段. 这些作法都是在污染源固定的情况下进行的^[1,3]. 有些工程的污染源可以有较大的选择余地, 如建厂前的厂址选择等. 因此, 为了更好地缓解近海污染状况, 我们通常还会碰到下面的问题:

如何在条件允许的范围内选择污染源排放点, 在污染物排放量一定的情况下使近海海域的污染程度达到最小.

此处污染程度最小指超标区面积与超标区浓度最小. 本文针对上述问题建立了以抛物型方程为动力系统的控制模型, 论述了最优解的存在性, 对这个无穷维优化问题, 通过引入适当变量和变换将该问题从无限维转化为有限维问题. 构造了优化算法和计算机软件, 并对实际海域进行数值计算. 其数值结果与实验数据符合良好, 表明了本文模型、算法和软件的正确性, 因此该数值结果可为海域的规划和设计提供可靠的技术依据.

2 近海污染模型

设计算区域为 Ω , Ω 是 R^2 中的有界开集, Ω 的边界 $\partial\Omega$ 由闭边界 Γ_1 (水陆边界) 和开边界

本文于 1998-11-24 收到, 修改稿于 1999-03-04 收到.

第一作者简介: 许志强, 男, 24 岁, 硕士, 从事数值模拟研究.

Γ_2 (水水边界)组成, $\partial\Omega = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$. 令 $I = (0, +\infty)$, 设 \vec{V} 为水质点的速度, \vec{n} 为 $\partial\Omega$ 的外法向方向. 令 $I_1 = \{t \mid \vec{V}(x, y, t) \times \vec{n} > 0, (x, y) \in \Gamma_2\}$, $I_2 = I - I_1$. 依据质量守恒等条件我们可得 COD 浓度状态函数 $P(x, y, t)$ 满足的动力系统如下(将该系统记为 M):

$$\begin{aligned} \frac{\partial(HP)}{\partial t} + \frac{\partial(HU_1P)}{\partial x} + \frac{\partial(HU_2P)}{\partial y} &= \frac{\partial(HK_x \frac{\partial P}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(HK_y \frac{\partial P}{\partial y})}{\partial y} + s_m, & (1) \\ &(x, y, t) \in \Omega \times I, \\ P(x, y, 0) &= 0 \quad (x, y) \in \Omega, \\ P(x, y, t) &= 0 \quad (x, y, t) \in \Gamma_1 \times I, \\ \frac{\partial P}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{n} \frac{\partial P}{\partial n} &= 0 \quad (x, y, t) \in \Gamma_2 \times I_1, \\ P(x, y, t) &= P_0(x, y, t) \quad (x, y, t) \in \Gamma_2 \times I_2, \end{aligned}$$

式中, $H = \xi + h$, 为瞬时水深, ξ 是潮位, h 表示平均水深; P, U_1, U_2, K_x, K_y 皆为深度平均值, U_1 为流速在 x 轴方向的分速度, U_2 为流速在 y 轴方向上的分速度, K_x, K_y 分别为 x 和 y 方向的弥散系数, P 是化学耗氧量 COD 的浓度平均值; s_m 是 COD 的人海负荷量. 函数 H, U_1, U_2 由文献[2]中的方法求得, 这里作为已知函数.

设区域 Ω 有 n 个污染源, 第 k 个污染源的的中心位置为 (x_k, y_k) , 由第 k 个污染源引起的 COD 入海负荷量为 $s_{mk}(x, y)$. $s_m = \sum_{k=1}^n s_{mk}$, $s_m \in S \subset C(\Omega)$. 由问题实际背景可知 S 为有界集. 这里只考虑 (x_k, y_k) 在一定范围内变动, 且单位时间内排放量不变. 依海水流动原理及污染物扩散过程, 可作如下假设:

(1) Ω 为 R^2 中的有界开集, $\partial\Omega \in C^{2+\alpha}$, $H(x, y) \in C^{2+\alpha}(\Omega, [0, 50])$,

$$\|P(x, y, t)\| < 10, \quad P \in L_2(\Omega \times I),$$

式中, $\alpha \in (0, 1)$; $C^{2+\alpha}$ 为 Hölder 空间; $\|\cdot\|$ 为 $L_2[\Omega \times (D, D+t_0)]$ 空间中的范数, 即

$$\|P(x, y, t)\|^2 = \int_{\Omega \times (D, D+t_0)} P(x, y, t)^2 dx dy dt,$$

其中, t_0 是一个潮周期; D 为扩散达到稳定所经过的充分大的时间.

(2) $H(x, y, t), U_1(x, y, t), U_2(x, y, t), K_x(x, y, t), K_y(x, y, t) \in C^{2+\alpha}(\Omega \times I)$.

(3) S 为 $C(\Omega)$ 中的有界紧子集.

(4) 各个污染源之间相互独立.

(5) 函数 $s_{mk}(x, y) \in C(\Omega)$ 只与 (x_k, y_k) 有关.

由假设(1)和(2)可知, 对于任意的 $s_m \in C(\Omega)$, 动力系统 M 存在唯一解^[5,6], 因此把与 s_m 对应的问题 M 的解记为 $P = P(s_m) = P(x, y, t; s_m)$. 我们定义微分算子 $T: C(\Omega) \rightarrow C^1(\Omega \times I)$ 为 $T(s_m) = P(s_m)$, $s_m \in C(\Omega)$, 令 $K = \{P(x, y, t; s_m) \mid P(x, y, t; s_m) \text{ 为问题 } M \text{ 对应 } s_m \text{ 的解}, s_m \in S\}$, 由式(1)与系统 M 可证明算子 T 为 $C(\Omega \times I)$ 上的线性算子.

由海洋污染物扩散机理可知算子 T 为有界算子, 即 T 为有界线性算子, 所以 T 为连续算子, 再由上式得 K 为 $C^1(\Omega \times I)$ 中的有界紧子集. 将区域 Ω 中 COD 浓度超标区记为 $\text{supp}(\Omega)$, $\|\text{supp}(\Omega)\|$ 表示超标区面积. 事实上, 我们要求超标区面积和超标区内浓度达最小, 这是一个多目标规划问题. 对于这类问题我们采用加权的形式进行处理, 这样可得到确

定使污染程度达最小的优化模型为

$$IM_1: \min \quad \alpha \| \text{supp}(\Omega) \| + (1 - \alpha) \int_{\text{supp}(\Omega) \times (D, D+t_0)} P(x, y, t; s_m)^2 dx dy dt, \\ \text{s. t. } P(x, y, t; s_m) \in K, \\ s_m \in S,$$

式中, $s_m \in S$ 为待定的控制函数; $0 \leq \alpha \leq 1$. 由于 K 为有界紧子集, 因此解一定存在. 事实上, 不管如何对污染程度最小定义, 所不同的仅仅是目标函数的差别, 而计算方法则完全一致.

3 优化算法

为解优化模型 IM_1 , 首先应解 COD 浓度状态函数 $P(x, y, t; s_m)$ 满足的动力系统 M . 求解 M 的数值解法包括两步, 第一步求解潮流场 $H(x, y, t)$, $U_1(x, y, t)$, $U_2(x, y, t)$ 将用文献[2]中的算法求解. 第二步是求解动力系统 M 的解 $P(x, y, t; s_m)$. 对于 M 我们采用半隐半显的 ADI 差分格式, 离散时采用迎风格式, 详细内容可参考文献[1].

显然, 优化模型 IM_1 是一个无穷维优化问题, 直接对其求解是非常困难的, 但由假设(5)我们知道要确定函数 s_{mk} 只要确定 (x_k, y_k) 就可以了. 定义映射 $T_k: R^2 \rightarrow C(\Omega)$ 为 $T_k(x_k, y_k) = s_{mk}(x, y)$, $k = 1, 2, \dots, n$, $T_a: R^{2n} \rightarrow C(\Omega)$ 为 $T_a(A) = s_m(x, y)$, 其中, $A = [x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n] \in R^{2n}$, 因此该问题转化为优化变量为 $A \in R^{2n}$ 的一个 $2n$ 维的优化问题. 依实际问题要求可设第 k 个污染源中心位置 (x_k, y_k) 的可行域为 Ω_k [即 $(x_k, y_k) \in \Omega_k$, $\Omega_i \cap \Omega_j = \phi$, $i \neq j$, $\Omega_k \subset \Omega$]. 将与 A 对应的目标函数值记为 $f(A)$, 由假设(4)我们可构造如下分解算法:

- 第 1 步 在可行域里随机选择向量 A .
- 第 2 步 置 $k = 1, M = 0, N = 0$.
- 第 3 步 将 Ω_k 用较粗的网格划分为 v 个网格点.
- 第 4 步 将第 k 个污染源的的位置置于各个网格点上, 分别计算 $f(A)$.
- 第 5 步 在 $f(A)$ 达最小的网格点附近加细划分, 并将 $f(A)$ 的值赋于 N .
- 第 6 步 若 $|M - N| < \epsilon$, 则转第 8 步.
- 第 7 步 置 $M = N$.
- 第 8 步 若 $k < n$, 则 $k = k + 1$, 重复步骤 3 到 7.
- 第 9 步 计算结束.

事实上, 当水域很大时, 由于计算 $f(A)$ 本身需要很长的时间, 这样整个计算时间是很长的, 此时我们应做相应的处理. 在确定第 k 个污染源的位置时, 只计算第 k 个污染源附近的水域, 实践表明这样能大大缩短计算时间.

4 计算实例

大连市双岛湾位于辽东半岛南端, 湾口朝西, 濒渤海. 据国家海洋局有关专家论证该湾是建设超大型船舶专业码头的优良港址, 但是根据预测, 码头修建以后将严重影响该湾水质. 因此, 我们需要对码头修建以后的三个污染源进行合理布局, 在污染物排放量不变的情况下使该湾污染程度达到最小.

数值求解动力系统 M 的网格如图 1 所示, 图中空心圆表示现在的污染源位置. 由于求解

动力系统 M 时需用到潮流场 H, U_1, U_2 的数据, 因此需事先算出流场, 并将其存入数据库, 备扩散计算时调用, 流场计算方法见文献[3]. 我们取空间步长为 $\Delta s = 200$ m, 时间步长 $\Delta t = 60$ s, $K_x = 5.93 \sqrt{ghc}^{-1} \|U_1\|$, $K_y = 5.93 \sqrt{ghc}^{-1} \|U_2\|$, 其中, K_x, K_y 为经验公式, 取 $\alpha = 0.5$. 图1中实心圆表示优化计算的污染源位置. 图2为未优化时污染物扩散分布图, 图3为优化后污染物扩散分布图, 由两图的对比可以看出优化计算后该湾总体污染状况有了一定程度的减轻. 表1中计算值与实测值的对比验证了模型及算法的正确性.

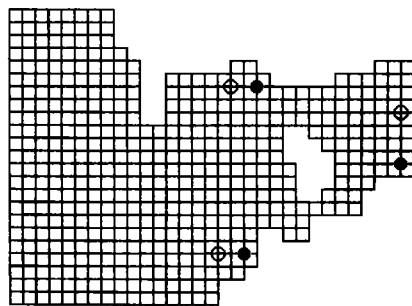


图1 计算网格和污染源分布

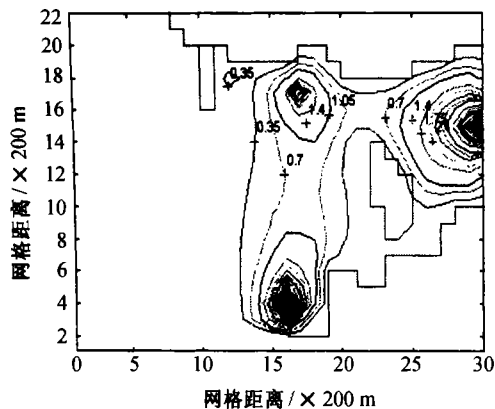
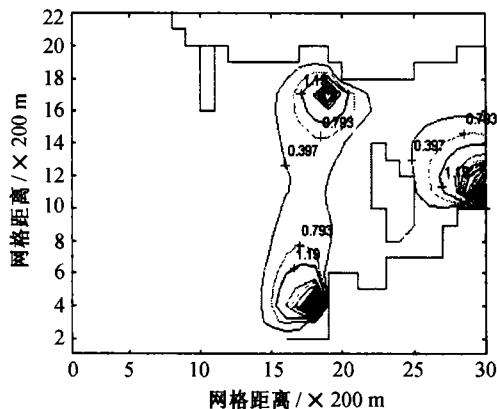
图2 污染源未优化时的扩散分布
等值线单位:mg/dm³图3 污染源优化后的扩散分布
等值线单位:mg/dm³

表1 浓度计算值与实测值的对比

站号	一	二	三	四
优化前计算值/mg·dm ⁻³	2.9×10^{-6}	1.5×10^{-6}	1.2×10^{-6}	0.8×10^{-6}
优化前观测值/mg·dm ⁻³	2.5×10^{-6}	1.3×10^{-6}	1.1×10^{-6}	0.6×10^{-6}
优化后计算值/mg·dm ⁻³	2.0×10^{-6}	0.4×10^{-6}	0.9×10^{-6}	0.3×10^{-6}
优化后观测值/mg·dm ⁻³	1.8×10^{-6}	0.3×10^{-6}	0.5×10^{-6}	0.2×10^{-6}

参考文献

- 1 窦振兴, 罗远铨, 黄克辛等. 渤海潮流污染扩散的数值模拟. 海洋学报, 1982, 4(6):667~678
- 2 窦振兴, 罗远铨, 黄克辛等. 渤海潮流及潮余流的数值计算. 海洋学报, 1981, 3(3):370~381
- 3 许志强, 冯恩民. 潮流数值模拟与参量辨识. 大连理工大学学报, 1999, (3):2~7
- 4 王钟裙. 青岛近海海域污染扩散数值模拟. 黄渤海海洋, 1990, (2):16~20
- 5 王耀东. 偏微分方程的 L_2 理论. 北京: 北京大学出版社, 1989. 35~46
- 6 Ahmed N. U. Optimization and Identification of Systems Governed by Evolution Equations on Banach Space. New York: Wilary, 1989

Reasonable layout of pollution sources in nearshore waters

Xu Zhiqiang,¹ Liu Shuzhen,¹ Feng Enmin,¹ Liu Hengkui²

1. *Department of Applied Mathematics, Dalian University of Technology, Dalian 116023*

2. *Institute of Marine Environmental Protection, State Oceanic Administration, Dalian 116023*

Abstract—A mathematical model on the reasonable layout of the pollution sources is established. The solution existences are also discussed. The optimization algorithm established proves that the algorithm is valid with practical computation.

Key words Contaminant diffusion, reasonable layout, optimization algorithm