轴对称物体上的三阶波浪力*

滕 斌 李玉成 董国海

(大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室,大连 116024)

摘 要 对于轴对称物体,提出了一个三阶波浪力的全绕射计算方法,自由水面上的三阶强迫项采用向外递推的方法加以计算. 本方法已在计算机上实现. 对于均匀圆柱问题,本方法计算结果与 Malenica 的半解析解吻合良好. 本方法还被用于计算圆柱上的三阶波浪力矩,结果发现在低频区三阶波浪力矩具有很大的量值.

关键词 波良力 非线性 轴对称物体

中图分类号: P731.2

1 引言

在模型实验和现场观测中发现,在大风暴中张力腿平台和重力基础结构会产生大振幅的共振响应. 这一现象被称为"钟振(ringing)"现象. 通过观测发现钟振现象发生在低频、非破碎的大风浪中,钟振频率是对应入射波浪频率的 3~5 倍. 这意味着三阶和更高阶波浪作用力是钟振现象的激振根源. 因此,三阶波浪力的计算对预测钟振现象是十分有意义的.

在过去几年中,国际海洋工程界有几个研究组开展了钟振现象的研究. 依据钟振现象发生在长波中的观测结果, Faltinsen 等[1]提出了一个细圆柱的三阶波浪力计算方法,该方法完全忽略了二阶绕射势的影响,三阶波浪力采用一种 Morison 公式的扩展形式加以计算. 目前,唯一看到的全绕射理论是 Malenica 等[2]的均匀圆柱的半解析结果. 对于这一简单几何形状,依据已经建立的二阶半解析理论, Malenica 等建立了三阶全绕射波浪作用力的计算方法. 通过比较发现, Faltinsen 等的细圆柱理论在低频区与 Malenica 等的理论吻合良好,而当入射波频率不是很低时,两者存在着明显的差别.

本文提出了一个轴对称物体上三阶波浪作用力的全绕射计算方法. 对于这一结构的特征,本文提出了一个新的积分方程,并利用环向波动源进行求解. 对于自由水面上的三阶强迫项,本文应用了一个向外递推的方法用于加快计算. 本方法已在计算机上得到了实现,对均匀圆柱物体做了计算,用于验证本方法的正确性. 通过计算发现,对于水平波浪力本方法与

本文于 1998-08-27 收到, 修改稿于 1998-11-13 收到.

* 国家自然科学基金资助项目(编号:59779006).

第一作者简介:滕 斌, 男, 42 岁, 教授, 博士, 从事波浪与结构相互作用方面的研究.

Malenica 等的结果吻合良好. 应用这一程序, 本文还计算了三阶波浪力矩, 结果发现在低频区, 三阶波浪力矩具有很大的量值.

2 自由水平条件

对于波浪与具有铅垂轴轴对称固定物体的相互作用问题, 定义一个右手坐标系, z 轴向上为正, $z=0$ 在自由水面上, 坐标原点在物体的对称轴上(图 1). 假设流体是理想流体, 其运动是无旋的, 这样存在一个速度势函数并满足拉普拉斯方程. 在瞬时水面上, 速度势满足非线性边界条件:

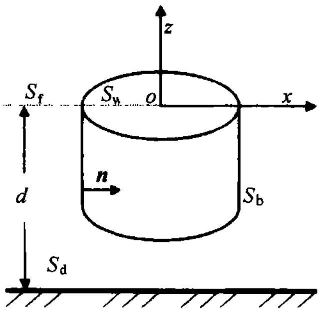

图 1 定义图

$$\Phi_{tt}\cdot g\Phi_z+\frac{\partial}{\partial t}[\nabla\Phi\cdot\nabla\Phi]+\frac{1}{2}\nabla\Phi\cdot\nabla(\nabla\Phi\cdot\nabla\Phi)=0. \quad (1)$$

为了求解我们应用摄动展开方法, 将速度势按波陡参数 $\varepsilon=kA$ (k 为波数, A 为波幅)展开. 为了研究钟振现象, 对于具有 ω 频率入射的单色入射波浪, 我们仅研究具有 $\omega_1=\omega$, $\omega_2=2\omega$ 和 $\omega_3=3\omega$ 的一阶、二阶和三阶简谐运动势. 这样, 可分离出各阶波浪运动势的时间因子为

$$\Phi^{(j)}(x,y,z,t)=\mathrm{Re}[\phi^{(j)}(x,t,z)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_j t}],\quad j=1,2,3. \quad (2)$$

展开自由水面条件成为摄动级数, 按相同的 ε 量级整理后, 可得到各阶速度势的自由水面条件为

$$\left.\begin{aligned}&-\nu_j\phi^{(j)}+\phi_z^{(j)}=q^{(j)}\quad 在\ z=0\ 上\\&\nu_j=\omega_j^2/g\qquad\qquad j=1,2,3\end{aligned}\right\}, \quad (3)$$

式中, 各阶强迫项为

$$q^{(1)}=0; \quad (4a)$$

$$q^{(2)}=-\frac{\mathrm{i}\omega}{2g}[-\nu_1\phi_z^{(1)}+\phi_{zz}^{(1)}]+\frac{\mathrm{i}\omega}{g}\nabla\phi^{(1)}\cdot\nabla\phi^{(1)}; \quad (4b)$$

$$\begin{aligned}q^{(3)}=&\frac{3\mathrm{i}\omega}{g}\nabla\phi^{(1)}\cdot\nabla\phi^{(2)}-\frac{\mathrm{i}\omega}{2g}\phi^{(1)}[\phi_{zz}^{(2)}-\nu_2\phi_z^{(2)}]-\frac{\mathrm{i}\omega}{g}[\phi_{zz}^{(1)}-\nu_1^2\phi^{(1)}]\phi^{(2)}-\\&\frac{1}{8g}\nabla\phi^{(1)}\cdot\nabla[\nabla\phi^{(1)}\cdot\nabla\phi^{(1)}]-\frac{\nu_1^2}{g}\phi^{(1)}\nabla\phi^{(1)}\cdot\nabla\phi^{(1)}+\\&\frac{1}{g}\left[\frac{\nu_1^2}{4}\phi^{(1)}\phi^{(1)}+\frac{1}{8}\nabla\phi^{(1)}\cdot\nabla\phi^{(1)}\right][\phi_{zz}^{(1)}-\nu_1^2\phi^{(1)}].\end{aligned} \quad (4c)$$

由上式可以看出, 自由水面上的三阶强迫项同时包含着一阶和二阶速度势.

3 积分方程

把速度势分解为入射势 $\phi_{\mathrm{i}}^{(1)}$ 和绕射势 $\phi_{\mathrm{d}}^{(j)}$, 应用振荡频率为 ω_j 并满足自由水面条件的脉动源为格林函数, 可得到各阶绕射势的积分方程[3]:

$$\begin{aligned}&[1-\nu_j\iint_{S_w}G(x;x_0)\mathrm{d}s]\phi_{\mathrm{d}}^{(j)}(x_0)+\iint_{S_b}\frac{\partial G(x;x_0)}{\partial n}[\phi_{\mathrm{d}}^{(j)}(x_0)-\phi_{\mathrm{d}}^{(j)}(x)]\mathrm{d}s=\\&\qquad\iint_{S_b}G(x;x_0)\frac{\partial\phi_{\mathrm{i}}^{(j)}(x)}{\partial n}\mathrm{d}s-\iint_{S_f}G(x;x_0)q_{\mathrm{d}}^{(j)}\mathrm{d}s,\end{aligned} \quad (5)$$

式中，S_{b}，S_{f} 和 S_{w} 表示物面、自由水面和物体内部水面；$q_{\mathrm{d}}^{(j)}$ 是总强迫项与入射势强迫项之差；物面的单位法向量 $\boldsymbol{n}$ 以指出流体为正；x 和 x_0 分别为场点和源点的坐标.

对于轴对称物体，展开速度势和格林函数成为傅里叶级数：

$$\phi_{\mathrm{d}}^{(j)}(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \phi_{\mathrm{d}m}^{(j)} \cos m\theta, \tag{6a}$$

$$q_{\mathrm{d}}^{(j)}(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m q_{\mathrm{d}m}^{(j)} \cos m\theta, \tag{6b}$$

$$G(x;x_0) = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m G_m(r,z;r_0,z_0) \cos m(\theta-\theta_0), \tag{6c}$$

式中，ε_m 为 Neumann 系数（$m=0$ 为 1，$m>0$ 为 2），这样，第 j 阶速度势 m 阶傅氏分量的积分方程可写为

$$\left[\frac{1}{2\pi} - \nu_j \int_0^a G_0 r \mathrm{d}r\right] \phi_{\mathrm{d}m}^{(j)}(r_0) - \int_{\Gamma_{\mathrm{b}}} \left[\frac{\partial G_0}{\partial n} \phi_{\mathrm{d}m}^{(j)}(r_0) - \frac{\partial G_m}{\partial n} \phi_{\mathrm{d}m}^{(j)}(r)\right] r \mathrm{d}l = \int_{\Gamma_{\mathrm{b}}} G_m \frac{\partial \phi_{\mathrm{i}m}^{(j)}}{\partial n} r \mathrm{d}l + \int_a^{\infty} G_m q_{\mathrm{d}m}^{(j)}(r) r \mathrm{d}r, \tag{7}$$

式中，a 是物体在水面处的半径；Γ_{b} 是 S_{b} 在 $y=0$ 平面内的截迹（图 2）. 环向格林函数 G_m 为

$$G_m(r,z;r_0,z_0) = -\frac{\mathrm{i}}{2} C_0 \mathrm{H}_m(k_j r_>) \mathrm{J}_m(k_j r_<) \cdot Z_0(k_j z) Z_0(k_j z_0) - \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \mathrm{K}_m(\kappa_{jn} r_>) \mathrm{I}_m(\kappa_{jn} r_<) \cdot Z_n(\kappa_{jn} z) Z_n(\kappa_{jn} z_0) \quad (r_> > r_<), \tag{8}$$

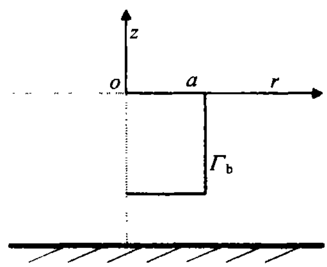

图 2　轴对称物体的积分路径

式中，J 和 H 表示贝塞尔函数和第一类汉开尔函数；I 和 K 表示第一类和第二类修正贝塞尔函数；k_j 和 κ_{jn} 由下述色散关系定义：

$$\nu_j = k_j \tanh(k_j d), \tag{9a}$$

$$\nu_j = -\kappa_{jn} \tan(\kappa_{jn} d), \tag{9b}$$

其中 d 为水深；垂向分布函数 Z_0 和 Z_n 为

$$Z_0(k_j z) = \frac{\cosh k_j(z+d)}{\cosh k_j d}; \tag{10a}$$

$$Z_n(\kappa_{jn} z) = \frac{\cos \kappa_{jn}(z+d)}{\cos \kappa_{jn} d}; \tag{10b}$$

C_0 和 C_n 为规范化系数：

$$C_0 = \left[2\int_{-d}^{0} Z_0^2(k_j z) \mathrm{d}z\right]^{-1}; \tag{11a}$$

$$C_n = \left[2\int_{-d}^{0} Z_n^2(\kappa_{jn} z) \mathrm{d}z\right]^{-1}. \tag{11b}$$

分析发现[4]，当场点接近于源点时各阶脉动源具有相同的对数奇异核，而导数的主导项为距离的倒数. 这样，上述积分方程可自动地消除奇异核的影响.

4 自由水面上的二阶势

在三阶问题的计算中,三阶强迫项是作用在整个自由水面上的,其中包含的二阶势需采用上述积分方程方法加以计算. 由于环向格林函数的定义是间断的,对于不同位置的二阶势,需独立地进行自由水面上的无穷积分,这对形成整个自由水面上的强迫项是十分不经济的. 在本文的计算中,应用了一个向外递推的方法,以加快计算的进行.

对于自由水面上离坐标中心为 r_0 处的速度势,其自由水面积分为

$$I_{fm}(r_0,0) = -C_0[S_{m0}(r_0)\mathrm{J}_m(k_2r_0) + T_{m0}(r_0)\mathrm{H}_m(k_2r_0)] - \sum_{n=1}^{\infty}C_n[S_{mn}(r_0)\mathrm{e}^{-\kappa_{2n}r_0}\mathrm{I}_m(\kappa_{2n}r_0) + T_{mn}(r_0)\mathrm{e}^{\kappa_{2n}r_0}\mathrm{K}_m(\kappa_{2m}r_0)], \tag{12}$$

式中,

$$S_{m0}(r_0) = \frac{\mathrm{i}\pi}{2}\int_{r_0}^{\infty}q_{\mathrm{d}m}^{(2)}(r)\mathrm{H}_m(k_2r)r\mathrm{d}r, \tag{13a}$$

$$S_{mn}(r_0) = \int_{r_0}^{\infty}q_{\mathrm{d}m}^{(2)}(r)\mathrm{K}_m(\kappa_{2n}r)r\mathrm{d}r\mathrm{e}^{\kappa_{2n}r_0}, \quad n > 0, \tag{13b}$$

$$T_{m0}(r_0) = \frac{\mathrm{i}\pi}{2}\int_{a}^{r_0}q_{\mathrm{d}m}^{(2)}(r)\mathrm{J}_m(k_2r)r\mathrm{d}r, \tag{13c}$$

$$T_{mn}(r_0) = \int_{a}^{r_0}q_{\mathrm{d}m}^{(2)}(r)\mathrm{I}_m(\kappa_{2n}r)r\mathrm{d}r\mathrm{e}^{\kappa_{2n}r_0}, \quad n > 0. \tag{13d}$$

对于在 r_0 外侧 r_1 点处的对应值,可利用 r_0 点的已知值和下述递推关系求得:

$$S_{m0}(r_1) = S_{m0}(r_0) - \frac{\mathrm{i}\pi}{2}\int_{r_0}^{r_1}q_{\mathrm{d}m}^{(2)}(r)\mathrm{H}_m(k_2r)r\mathrm{d}r, \tag{14a}$$

$$S_{mn}(r_1) = S_{mn}(r_0)\mathrm{e}^{\kappa_{2n}(r_1-r_0)} - \int_{r_0}^{r_1}q_{\mathrm{d}m}^{(2)}(r)\mathrm{K}_m(\kappa_{2n}r)r\mathrm{d}r\mathrm{e}^{\kappa_{2n}r}, \tag{14b}$$

$$T_{m0}(r_1) = T_{m0}(r_0) + \frac{\mathrm{i}\pi}{2}\int_{r_0}^{r_1}q_{\mathrm{d}m}^{(2)}(r)\mathrm{J}_m(k_2r)r\mathrm{d}r, \tag{14c}$$

$$T_{mn}(r_1) = T_{mn}(r_0)\mathrm{e}^{-\kappa_{2n}(r_1-r_0)} - \int_{r_0}^{r_1}q_{\mathrm{d}m}^{(2)}(r)\mathrm{I}_m(\kappa_{2n}r)r\mathrm{d}r\mathrm{e}^{-\kappa_{2n}r}. \tag{14d}$$

应用这一方法可节省大量的计算工作量,但经过一定距离的递推后,S_{mn} 项会失去精度. 研究发现[5],对于不同的模态,其最大可递推距离是不同的. 计算中采用的策略是在失真前重新采用直接方法进行计算,然后开始新一轮的递推.

5 三阶波浪力

波浪作用力可通过物体表面上的水动力压强积分而得到. 如同速度势函数,波浪力也可展开成波陡的摄动级数. 为了研究钟振现象,我们将仅对以 3 倍入射波频率振荡的三阶波浪力加以研究.

根据不同阶数速度势的贡献,分解三阶波浪力为下述三个分量:

$$f_1^{(3)} = -\frac{\mathrm{i}\omega\rho}{8g}\oint_{C_\mathrm{b}}\{\phi^{(1)}\nabla\phi^{(1)}\cdot\nabla\phi^{(1)} + \nu_1^2[\phi^{(1)}]^3\}n\mathrm{d}l, \tag{15a}$$

$$f_2^{(3)} = -\frac{\rho}{2}\iint_{S_b} \nabla\phi^{(1)} \cdot \nabla\phi^{(2)} n\,\mathrm{d}s - \rho\nu_1 \oint_{C_b} \phi^{(1)}\phi^{(2)} n\,\mathrm{d}l, \tag{15b}$$

$$f_3^{(3)} = 3\mathrm{i}\omega\rho \iint_{S_b} [\phi_d^{(3)} + \phi_i^{(3)}] n\,\mathrm{d}s, \tag{15c}$$

式中，C_b 是物体的水线．当求得物面上的一阶和二阶势后，前两个分量可直接积分求得．对于第三项的各方向分量，利用一个 3ω 频率振荡的辐射势 ψ_j，可将其变换为

$$f_{3_j}^{(3)} = 3\mathrm{i}\omega\rho \iint_{S_b} [\phi_i^{(3)} n_j - \psi_j \frac{\partial \phi_i^{(3)}}{\partial n}]\mathrm{d}s + 3\mathrm{i}\omega\rho \iint_{S_f} \psi_j q_d^{(3)} \mathrm{d}s, \tag{16}$$

式中，$j=1$ 和 2 分别表示 x 和 z 方向的作用力，$j=3$ 表示对 y 轴的力矩；对应的辐射势满足下述的物面边界条件：

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial n} = n_1 = n_r \cos\theta, \tag{17a}$$

$$\frac{\partial \psi_2}{\partial n} = n_2 = n_z, \tag{17b}$$

$$\frac{\partial \psi_3}{\partial n} = n_3 = (z n_r - r n_z)\cos\theta, \tag{17c}$$

式中，n_r 和 n_z 分别为法向量在径向和垂向的分量．

在三阶强迫项中还存在着二阶势的二阶空间导数，直接计算难度较大，对于这一积分本文应用下述变换进行处理：

$$\iint_{S_f} \psi_j \phi^{(1)} \phi_{dzz}^{(2)} \mathrm{d}s = \iint_{S_f} [\psi_j \nabla_0 \phi^{(1)} + \phi^{(1)} \nabla_0 \psi_j] \cdot \nabla_0 \phi_d^{(2)} \mathrm{d}s + \oint_{C_b} \psi_j \phi^{(1)} \frac{\partial \phi_i^{(2)}}{\partial n} \mathrm{d}l, \tag{18}$$

式中，∇_0 是一水平面内的二维梯度算子．

将辐射势、三阶入射势和自由水面上的强迫项按式(6)方式展开成傅氏级数后，第三项三阶力在 x 方向的分力可写为

$$\begin{aligned}\frac{f_{31}^{(3)}}{6\mathrm{i}\omega\rho\pi} = &\int_{\Gamma_b} [\phi_{i1}^{(3)} n_r - 2\varphi_{11} \frac{\partial \phi_{i1}^{(3)}}{\partial n_r}] r\,\mathrm{d}l + 2\int_a^\infty \varphi_{11} [q_{a1}^{(3)} - q_{ai1}^{(3)}] r\,\mathrm{d}r + \\ &\int_a^\infty \{\varphi_{11}[2W - 2W_i - \frac{\mathrm{i}\omega}{g}\phi_d^{(1)}\phi_{izz}^{(2)} - \frac{\mathrm{i}\omega}{g} \nabla_0 \phi^{(1)} \cdot \nabla_0 \phi_d^{(2)}]_1 - \\ &\frac{\mathrm{i}\omega}{g}\phi_1^{(1)}[\nabla_0 \varphi_1 \cdot \nabla_0 \phi_d^{(2)}]_1\} r\,\mathrm{d}r + \frac{\mathrm{i}\omega a}{g}\varphi_{11}[\phi^{(1)} \frac{\partial \phi_i^{(2)}}{\partial r}]_1 |_{r=a};\end{aligned} \tag{19}$$

在 z 方向分力为

$$\begin{aligned}\frac{f_{32}^{(3)}}{6\mathrm{i}\omega\rho\pi} = &\int_{\Gamma_b} [n_z \phi_{i0}^{(3)} - \varphi_{20} \frac{\partial \phi_{i0}^{(3)}}{\partial n_r}] r\,\mathrm{d}l + \int_a^\infty \varphi_{20} [q_{a0}^{(3)} - q_{ai0}^{(3)}] r\,\mathrm{d}r + \\ &\int_a^\infty \{\varphi_{20}[W - W_i - \frac{\mathrm{i}\omega}{2g}\phi_d^{(1)}\phi_{izz}^{(2)} - \frac{\mathrm{i}\omega}{2g} \nabla_0 \phi^{(1)} \cdot \nabla_0 \phi_d^{(2)}]_0 - \\ &\frac{\mathrm{i}\omega}{2g}\phi_0^{(1)}[\nabla_0 \psi_2 \cdot \nabla_0 \phi_d^{(2)}]_0\} r\,\mathrm{d}r + \frac{\mathrm{i}\omega a}{2g}\varphi_{20}[\phi^{(1)} \frac{\partial \phi_i^{(2)}}{\partial r}]_0 |_{r=a};\end{aligned} \tag{20}$$

关于 y 轴的力矩为

$$\frac{f_{33}^{(3)}}{6\mathrm{i}\omega\rho\pi} = \int_{\Gamma_b}[(zn_r - rn_z)\phi_{\mathrm{i}1}^{(3)} - 2\varphi_{31}\frac{\partial\phi_{\mathrm{i}1}^{(3)}}{\partial n_r}]\mathrm{d}l + 2\int_a^\infty \varphi_{31}[q_{a1}^{(3)} - q_{a\mathrm{i}1}^{(3)}]r\mathrm{d}r +$$

$$\int_a^\infty \{\varphi_{31}[2W - 2W_i - \frac{\mathrm{i}\omega}{g}\phi_{\mathrm{d}}^{(1)}\phi_{izz}^{(2)} - \frac{\mathrm{i}\omega}{g}\nabla_0\phi^{(1)}\cdot\nabla_0\phi_{\mathrm{d}}^{(2)}]_1 -$$

$$\frac{\mathrm{i}\omega}{g}\phi_{\mathrm{i}}^{(1)}[\nabla_0\varphi_3\cdot\nabla_0\phi_{\mathrm{d}}^{(2)}]_1\}r\mathrm{d}r + \frac{\mathrm{i}\omega a}{g}\varphi_{31}[\phi^{(1)}\frac{\partial\phi_{\mathrm{i}}^{(2)}}{\partial n}]_1|_{r=a}, \tag{21}$$

上列式中 φ_{jm} 是 ψ_j 的傅氏分量；$q_a^{(3)}$ 和 W 分别定义为

$$q_a^{(3)} = -\frac{1}{8g}\nabla\phi^{(1)}\cdot\nabla[\nabla\phi^{(1)}\cdot\nabla\phi^{(1)}] - \frac{\nu_1^2}{g}\phi^{(1)}\nabla\phi^{(1)}\cdot\nabla\phi^{(1)} +$$

$$\frac{1}{g}[\frac{\nu_1^2}{4}\phi^{(1)}\phi^{(1)} + \frac{1}{8}\nabla\phi^{(1)}\cdot\nabla\phi^{(1)}][\phi_{zz}^{(1)} - \nu_1^2\phi^{(1)}], \tag{22a}$$

$$W = \frac{\mathrm{i}\omega}{g}\{3\nabla\phi^{(1)}\cdot\nabla\phi^{(2)} + 5\nu\phi^{(1)}\phi^{(2)} - \phi^{(2)}[\phi_{zz}^{(1)} - \nu^2\phi^{(1)}]\}. \tag{22b}$$

6 数值结果

为了验证本方法的正确性，本文对半径为 a，水深 $d/a=10$ 中的均匀圆柱做了计算．图 3 是本文计算的三阶水平波浪力与 Malenica 等[2]半解析结果，以及 Moe[6]实验结果的对比．从比较中看到，本文结果与 Malenica 等的结果吻合很好；与实验结果相比，其大体趋势是一致的，因实验结果有些离散，无法得出更多的结论．

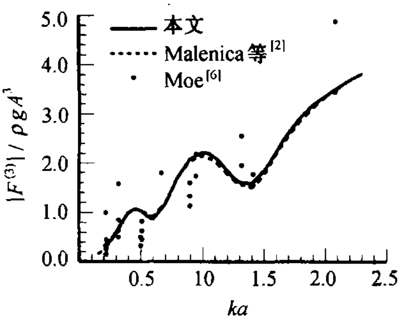

图 3 均匀圆柱($d/a=10$)上的三阶水平力

图 4 与图 5 是本文计算的关于自由水面的三阶波浪力矩，关于三阶力矩目前尚未找到适当的实验和计算资料可供比较．图 4a 和图 4b 分别是各分量的实部和虚部，M_t 表示三个分量的总和．图 5 是总力矩的幅值，由图中可以看到，三阶势贡献项是总力矩的主要部分，而且在低频区无量纲波浪力力矩具有很大的峰值．在低频区由于波长很长，极限波高会很大，这一力矩将会引起张力腿平台等系统的强烈共振响应．与图 3 对比可以发现，在低频区波浪作用力并不很大，这说明其力的作用点较深．

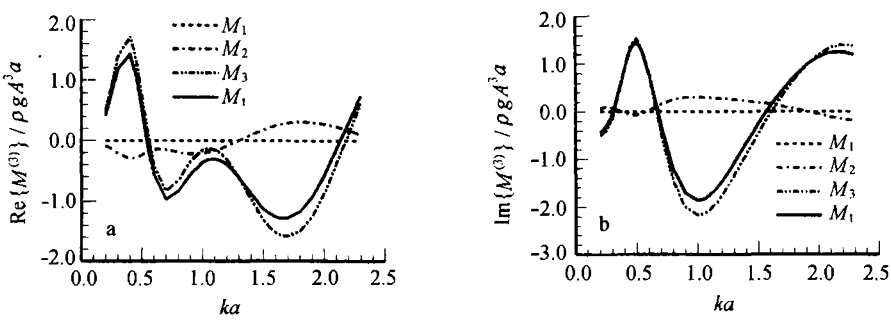

图 4 均匀圆柱($d/a=10$)上关于 y 轴三阶力矩的各个部分

图 6 和图 7 是水深 $d/a=10$ 中，吃水 $T/a=3$ 的截断圆柱上的三阶水平波浪作用力和力矩．对于这一算例，目前尚未见到可供比较的资料．从与均匀圆柱的对比中可以看到，在该吃水深度下，三阶水平波浪作用力与均匀圆柱上的基本相同；三阶力矩在低频区明显低于均匀圆柱上的力矩，但在高频区两者上的力矩基本上是一致的．

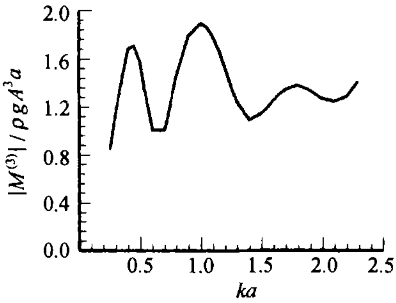

图 5　均匀圆柱($d/a=10$)上关于 y 轴的总力矩

7　结语

7.1　本文应用边界元方法，建立了一个轴对称物体上三阶波浪作用力的计算方法．在本方法中自由水面上的二阶

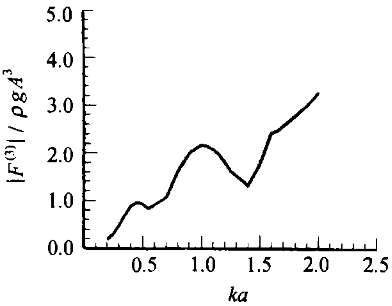

图 6　截断圆柱($T/a=3$，$d/a=10$)上的三阶水平力

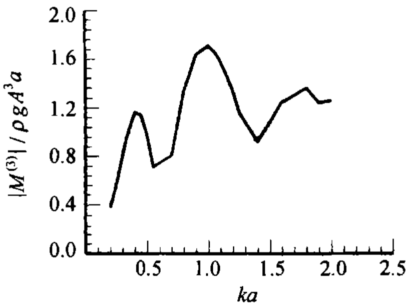

图 7　截断圆柱($T/a=3, d/a=10$)上关于 y 轴的三阶力矩

速度势应用一递推方法快速地计算，从而可以有效地形成自由水面上的三阶强迫项．这一方法也可用于任意三维物体的计算．

7.2　应用本方法分别对均匀圆柱和截断圆柱做了计算，通过对均匀圆柱上三阶水平作用力的比较发现，本方法与 Malenica 等[2]的半解析结果吻合良好．三阶力矩结果在低频区有一很高的峰值．截断圆柱上的波浪力与均匀圆柱上的十分接近，但力矩值在低频区较低，在高频区两者较为接近．

参考文献

1　Faltinsen O N, Newman J N, Vinje T. Nonlinear wave loads on a slender vertical cylinder. Jour Fluid Mech, 1995, 289:179～198

2　Malenica S, Molin B. Third-harmonic wave diffraction by a vertical cylinder. Jour Fluid Mech, 1995, 302:203～229

3　Teng B, Eatock Taylor R. New higher-order boundary element methods for wave diffraction/radiation. Applied Ocean Research, 1995, 17:71～77

4　Fenton J D. Wave forces on vertical bodies of revolution. Jour Fluid Mech, 1978, 85:241～255

5　Teng B, Kato S. A method for second-order diffraction potential from a axisymmetric body. Ocean Eng, 1999, 26: 1 359～1 387

6　Moe G. Vertical resonant motions of TLP's. .Final Report, 1993, NTH Rep. R-1-93

A method for third-order wave force on axisymmetric bodies

Teng Bin,[1] Li Yucheng,[1] Dong Guohai[1]

1. *State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian* 116024

Abstract——A third-order diffraction theory for the third-order wave loads is proposed. The method has been implemented for bodies of revolution with vertical axes, but the theory is also available for arbitrary bodies. A numerical examination is made to validate the numerical code by comparing the third-order force on a uniform cylinder. The method has also been used to compute the third-order moments.

Key words Wave force, nonlinearity, axisymmetric body