

波-流联合作用场中流的等效作用研究*

董艳秋 杨春晖

(天津大学海洋与船舶工程系, 天津 300072)

摘 要 针对波-流相互作用问题中的流速沿水深非线性分布的水流处理方法问题, 提出了“等效均匀流”概念和相应理论, 使非线性分布的水流作用等效为相应的均匀流作用, 从而使问题大大简化. 无论是二维顺、逆流问题还是三维波-流斜交折射问题, 非均匀流都可以基于本文方法和理论予以近似处理, 以采用等效均匀流概念计算的小尺度垂直桩柱的波-流联合作用力计算为例, 对该理论和方法的应用作了初步的探讨和验证.

关键词 波浪 水流 相互作用 等效均匀流-波流力

1 引言

由于波浪、水流相互作用问题在海洋工程中普遍存在, 故一直受到广大工程技术人员和理论工作者的高度重视和极大关注, 并已有大量文献讨论了该问题. 研究表明由于流的存在会使波浪的主要要素如波长、波高、色散关系、传播方向以及水质点的运动速度、加速度和运动轨迹均发生变化, 而且有限水深下的波-流联合作用还会使流速、水深发生相应的变化^[1], 对应水深变化亦可称为增(减)水现象. 大量文献对波-流联合作用研究都只考虑流速沿水深分布为常数的均匀流与线性平面波的相互作用, 对沿水深流速非线性分布的非均匀流则很少涉及, 这主要是因为非均匀流与波浪的相互作用非常复杂, 其相应的数学模型亦十分复杂且依赖时间变化^[2~5], 难以在工程实际中应用. 如果考虑表面波的作用主要在自由表面附近进行扰动和传播, 那么波-流相互作用就应该被看作主要在自由表面附近水深范围内的相互作用了. 这样, 对任意分布流可以考虑在自由表面以下一定水深范围内等效均匀化, 使之分布变为常数, 即变为“等效均匀流”, 相应的问题就变得十分容易处理, 从而便于在工程实际中应用^[6]. 所谓“等效均匀流”概念是指将任意分布流在一定水深范围中近似算术平均转化为均匀流, 使两者在给定的相同波周期、波高的波浪作用下产生相同的波长. 本文在文献[6]的基础上将该工作由二维顺、逆流问题推广至三维波-流斜交折射问题, 给出更一般意义上的等效均匀流理论, 并通过小尺度垂直桩柱的波-流联合作用力计算进行初步验证和比较.

本文于 1997-08-18 收到, 修改稿于 1997-10-27 收到.

* 国家自然科学基金资助项目(编号: 59579014).

第一作者简介: 董艳秋, 女, 61 岁, 教授, 从事船舶和海洋工程波浪外荷及波激振动研究.

2 等效均匀流基本理论

2.1 基本假设和坐标系统

假设波-流联合作用场中流体为均匀、无粘性、不可压缩的理想流体,波-流场中运动无旋;入射波为线性微幅波,入射方向与缓慢流动的流速任意分布的非均匀流的流向夹角为 α ;水流对波浪的影响在自由水面以下的一定深度范围起作用,其相应水深范围记为 ϵL ,其中 ϵ 为水深系数,且 $\epsilon < d/L$, d 为水深, L 为波长.建立坐标系统如图1,波浪沿 x 轴正向传播,水流的流向与之偏离 α 夹角,其流速分布为 $U(z)$,坐标原点 o 位于自由表面静止时的水平面上.为描述方便,采用了两套坐标系统:一是绝对坐标系 $oxyz$,参考点选在岸边静止某点;二是相对坐标系 $o_r x_r y_r z_r$,参考点选在以水流流速运动的某水质点.两个坐标系统的相互关系为

$$\left. \begin{aligned} x &= x_r + U_x(z)t \\ y &= y_r + U_y(z)t \\ z &= z_r \end{aligned} \right\} (t > 0), \quad (1)$$

式中, $U_x(z)$ 和 $U_y(z)$ 分别为流速 $U(z)$ 在 x 、 y 向的速度分量.

2.2 基本公式推导

2.2.1 均匀流情形

所谓“均匀流”是指水流流速沿水深分布为常数,即

$$U(z) = U_0,$$

式中, U_0 为常数.由相对、绝对两个坐标系的关系可得绝对波速与相对波速的关系:

$$C_r = C_a - U_x, \quad (2)$$

式中, $C_a = L/T_a$,为绝对波速, T_a 为波浪的绝对周期; $C_r = L/T_r$,为相对波速, T_r 为波浪的相对周期; $U_x(z) = U(z)\cos\alpha$,为流速 $U(z)$ 在波浪传播方向上即 x 轴正向的分量.引入波数 $k = 2\pi/L$,则式(2)变为

$$\omega_r = \omega_a - kU\cos\alpha, \quad (3)$$

式中, ω_r 为遭遇圆频率; ω_a 为绝对圆频率.

按照微幅波理论,相对坐标系下的波浪色散关系为

$$C_r^2 = g \tanh kd / k, \quad (4)$$

相应地,波-流场中任意水质点 (x_r, y_r, z_r) 相对速度的各分量为

$$\left. \begin{aligned} V_{rx} &= \frac{H}{2} \omega_r \frac{\cosh k(z+d)}{\sinh kd} \cos(kx_r - \omega_r t) \\ V_{ry} &= 0 \\ V_{rz} &= \frac{H}{2} \omega_r \frac{\sinh k(z+d)}{\sinh kd} \sin(kx_r - \omega_r t) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

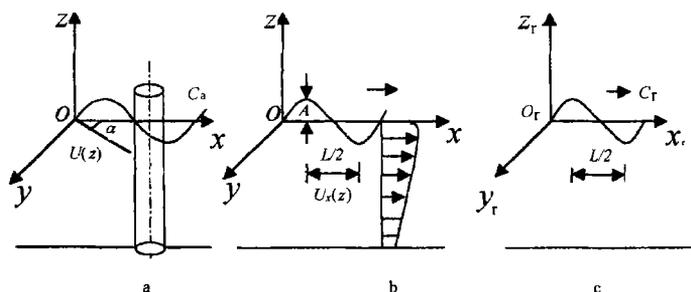


图1 坐标系统选取

a. 波向与流向夹角, b. 绝对坐标系, c. 相对坐标系

将式 (3) 和 (4) 代入式 (5) 中, 得绝对坐标系下任意水质点 (x, y, z) 的速度分量为

$$\left. \begin{aligned} V_{ax} &= \frac{H}{2}(\omega_a - kU_x) \frac{\cosh k(z+d)}{\sinh kd} \cos(kx - \omega_a t) + U_x \\ V_{ay} &= U_y \\ V_{az} &= \frac{H}{2}(\omega_a - kU_x) \frac{\cosh k(z+d)}{\sinh kd} \sin(kx - \omega_a t) \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

式中, $U_y(z) = U(z)\sin\alpha$, 为流速 $U(z)$ 在 y 轴正向的分量.

2.2.2 线性分布流情形

线性分布流是指水流流速沿水深分布为线性分布, 如图 2, 即

$$U(z) = \frac{U_s - U_b}{d}z + U_b, \quad (7)$$

式中, U_s 为自由表面处的流速; U_b 为水底处的流速; d 为水深. 对图 2 所示的线性分布流, 将其沿水深流速分布的斜率记为 Ω , 且

$$\Omega = \frac{U_s - U_b}{d}, \quad (8)$$

由文献 [6], 在线性分布流作用下的线性微幅波的色散关系为

$$C_{rs}^2 = \left[\frac{g - \Omega_x \cdot C_{rs}}{k} \right] \tanh kd, \quad (9)$$

图 2 线性分布流

式中, C_{rs} 为相对的表面流速; $\Omega_x = \Omega \cos\alpha$. 显然, 在式 (9) 中若令 $\Omega_x = 0$ 或 $\Omega = 0$, 则式 (9) 与式 (4) 等价, 且有 $U_s = U_b = U_0$, $C_{rs} = C_r$. 在绝对坐标系下绝对波速 C_a 可以表示为

$$C_a = C_{rs} + U_s \cos\alpha, \quad (10)$$

然后求解式 (9), 可得 C_{rs} 的显式表达式:

$$C_{rs} = \frac{-\Omega_x \pm \sqrt{\Omega_x^2 + \frac{4gk}{\tanh kd}}}{\frac{2k}{\tanh kd}}, \quad (11)$$

又知

$$C_r = \pm \left(\frac{g}{k} \tanh kd \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (12)$$

故当 $\Omega_x = 0$ 或 $\Omega = 0$ 时, $C_{rs} = C_r$ 成立.

为便于工程实际应用, 考虑下述假设, 引入等效均匀流的概念, 即在一定的水深范围内对流速 $U(z)$ 进行算术平均, 得到常数分布的等效流速 U_e , 以其表征不均匀分布的流. 当 $\alpha = 0^\circ$ 时, 即为二维顺、逆流问题, 可参见文献 [6]. 这样, 参照式 (2) 可以写出

$$C_r = C_a - U_{ex}, \quad (13)$$

$$U_{ex} = U_e \cos\alpha = C_a - C_r = (C_{rs} - U_s \cos\alpha) - C_r, \quad (14)$$

由图 2b 的几何关系, 并引入无量纲水深系数 ε , 可得

$$\frac{\varepsilon L}{2d} (U_s - U_b) \cos\alpha = (U_s - U_e) \cos\alpha, \quad (15)$$

式中, L 为波长. 进一步推得无量纲水深系数 ε 的显式表达式为

$$\epsilon = \frac{\tanh kd}{2\pi\Omega_x} \left[\Omega_x \mp \left(\Omega_x^2 + \frac{4gk}{\tanh kd} \right)^{\frac{1}{2}} \pm \left(\frac{4gk}{\tanh kd} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (16)$$

若考虑到假设波浪总是沿着 x 轴正向传播, 则式 (16) 中的负根可以舍去, 即

$$\epsilon = \frac{\tanh kd}{2\pi\Omega_x} \left[\Omega_x - \left(\Omega_x^2 + \frac{4gk}{\tanh kd} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{4gk}{\tanh kd} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (17)$$

对上式的极限情况进行讨论, 若 $\Omega_x \ll \frac{4gk}{\tanh kd}$, 则有 $\epsilon \approx \frac{\tanh kd}{2\pi}$. 下面给出此条件下不同情况无量纲水深系数 ϵ 近似计算公式:

- (1) 考虑深水情形即 $d \rightarrow \infty$, 此时 $\tanh kd \approx 1$, 则 $\epsilon \approx 1/2\pi$.
- (2) 考虑浅水情形即 $1/20 < d/L < 1/2$, 则 $\epsilon \approx \tanh kd/2\pi$.
- (3) 考虑极浅水情形即 $d/L < 1/20$, 此时 $\tanh kd \approx kd$, 则 $\epsilon \approx d/L$.
- (4) 若 $\Omega_x = 0$ 时又可分为如下两种情况:

1) 当 $\Omega = 0 (U_s = U_b = U_0)$ 时, $\epsilon \rightarrow \infty$, 这表明对均匀流来说, 水流对波浪的影响应在全部的水深范围内; 若同时又有 $\Omega_x \ll \frac{4gk}{\tanh kd}$, 则 $\epsilon \approx \tanh kd/2\pi$, 这表明此时即便是均匀流情形水流对波浪的影响也在一定水深范围内.

2) $\alpha \rightarrow 90^\circ$, 亦有 $\epsilon \rightarrow \infty$, 但认为此时 ϵ 不存在, 因为这种情况不同于 1) 的情形, 此时认为由于稳定的波-流联合作用场中波浪分量传播方向与水流流动方向互相垂直, 水流速度在波浪传播方向上的分量为 0, 对波浪分量无类似影响, 因此本理论不适用该情形.

对式 (17) 进行整理得

$$\epsilon = \frac{\tanh kd}{2\pi} \left[1 - \left(1 + \frac{4gk}{\Omega_x^2 \tanh kd} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{4gk}{\Omega_x^2 \tanh kd} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (18)$$

这样, $\epsilon = f\left(\frac{d}{L}, \Omega, \sqrt{L/g}, \cos\alpha\right)$, 该函数随自变量变化的曲线见图 3 ($\alpha = 0^\circ$).

在已知 T_a, d, U_s, U_b (或 Ω) 和 α 的情况下, 可以采用迭代法确定波长 L , 其迭代过程如下 (其流程图见图 4):

- (1) 输入假定波长 L 初值.
- (2) 针对不同水深情况采用不同的计算公式 (精确式和近似式) 计算 ϵ 值.
- (3) 计算线性分布流的等效流速 U_e , 由式 (8) 和 (15) 得

$$U_e = U_s - \frac{\epsilon L}{2d}(U_s - U_b) = U_s - \frac{\epsilon L \Omega}{2}. \quad (19)$$

- (4) 计算绝对波速 C_a , 由式 (13)、(14) 得

$$C_a = U_e \cos\alpha + \left(\frac{g}{k} \tanh kd \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (20)$$

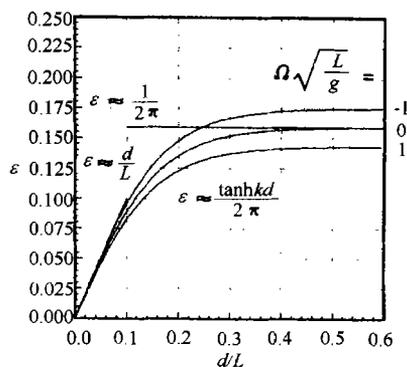


图 3 $\epsilon = f(d/L, \Omega, \sqrt{L/g}, \cos\alpha)$ 变化曲线

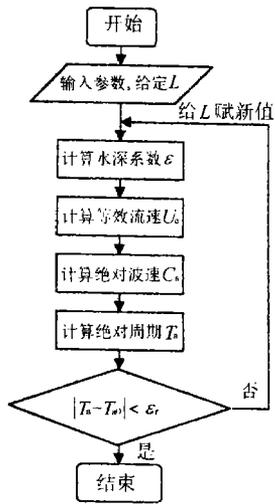


图 4 波长 L 的迭代
计算流程图

(5) 计算波浪绝对周期 T_a :

$$T_a = \frac{L}{C_a} . \quad (21)$$

(6) 比较 T_a 计算值与 T_{a0} 给定值, 若 $|T_a - T_{a0}| < \epsilon_r$ (ϵ_r 为给定的误差精度), 则迭代停止, 否则返回步骤 (1).

按此迭代过程计算的部分结果见表 1 和 2, 表中结果表明采用精确公式和近似公式计算 ϵ 值误差很小, 相对误差最大仅为 2.6%, 而波长 L 的相对误差最大的仅为 0.1%.

2.2.3 流速随水深任意分布的流的情形

实际上流速沿水深的分布是非线性的, 工程上认为其分布近似如图 5 a. 本节将针对更一般的情形如图 5 b 进行讨论. 对图 5 b 描述的任意分布流, 其流速沿水深分布的斜率 Ω 亦不是常数, 因此首先在 ϵL 水深范围内确定等效常数斜率 Ω_e , 使在此水深范围内 $\Omega = \Omega_e$, 显然 Ω_e 是 Ω 在 ϵL 水深内的算术平均值, 即

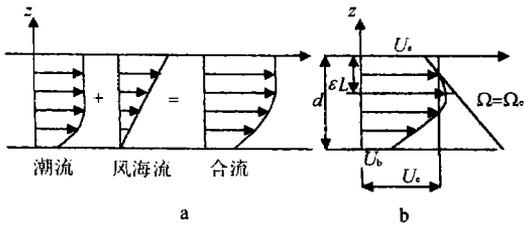


图 5 流速沿水深的任意分布流

- a. 潮流与风海流的流速沿水深的分布
b. 任意分布流

$$\Omega_e = \frac{1}{\epsilon L} \int_{-d}^0 \Omega(z) dz . \quad (22)$$

求得 Ω_e 后, 即可按 2.2.2 节的方法进行类似计算 (图 4), 而相应的等效均匀流速 U_e 可由下式求出:

$$U_e = \frac{1}{\epsilon L} \int_{-d}^0 \Omega(z) dz . \quad (23)$$

式中,

$$\epsilon = \frac{\tanh kd}{2\pi} \left[1 - \left(1 + \frac{4gk}{\Omega_{ex}^2 \tanh kd} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{4gk}{\Omega_{ex}^2 \tanh kd} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (24)$$

$$\Omega_{ex} = \Omega_e \cos \alpha .$$

由式 (22) ~ (24) 可以看出, 引入等效斜率 Ω_e 后, 任意分布流的相应计算变得十分简单, 只不过是在 2.2.2 节公式中用 Ω_e 代替了 Ω , 其余的计算方法和步骤均与前节相同. 这种等效处理方法与已发表的研究报告^[2,3]是一致的, 文献中指出由风激起的表面波对同样由风激起的风海流来说十分敏感, 而对远离自由表面的水深处的流速的影响钝化. 必须指出, 本文提出的理论和方法都基于弱流假设, 因为研究表明用势流理论描述该问题在弱流下具有足够的精度, 甚至精确至二阶^[6]; 类似的实验研究^[4,7]同样表明这种处理对实际分布流有一定的准确性.

3 小尺度垂直桩柱波-流联合作用力计算

为了验证以上理论和方法的正确性及其精度, 本文以小尺度垂直桩柱波-流联合作用力计算为例, 将采用等效均匀流理论的计算结果与精确计算结果进行对比. 在图 1a 的坐标系

$oxyz$ 下, 对在波-流联合作用场中的小尺度垂直桩柱任意高度 z 处 dz 微段所受波-流联合作用力可由修正的 Morison 公式给出

$$d\vec{f} = \frac{1}{2} C_d \rho D \vec{V}_a \left| \vec{V}_a \right| dz + C_m \rho \frac{\pi D^2 \partial \vec{V}_a}{\partial t} dz, \quad (25)$$

式中, C_d 为拖曳力系数; C_m 为质量系数; D 为桩柱的特征尺度; $\vec{V}_a = \vec{V} + \vec{U}$, \vec{V}_a 为绝对坐标系下水质点的速度, \vec{V} 为水质点相对速度, \vec{U} 为均匀流速 (非均匀流情形以 U_e 代替 U). 若以分量形式来表示, 则有

$$df_x = \frac{1}{2} C_d \rho D V_{ax} \left| V_{ax} \right| dz + C_m \rho \frac{\pi D^2 \partial V_{ax}}{\partial t} dz, \quad (26a)$$

$$df_y = \frac{1}{2} C_d \rho D V_{ay} \left| V_{ay} \right| dz, \quad (26b)$$

由式 (6) 可得

$$\frac{\partial V_{ax}}{\partial t} = \frac{2\pi H \cosh kd (d+z)}{T_r^2 \sinh kd} \sin(kx - \omega_a t), \quad (27)$$

$$V_{ax} = \frac{\pi H \cosh kd (d+z)}{T_r \sinh kd} \cos(kx - \omega_a t) + U_x. \quad (28)$$

为了进一步研究方便, 令 $\theta = kx - \omega_a t$, 且 $\theta, \alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 则

$$df_x = \frac{1}{2} C_d \rho D V_{ax}^2 dz + C_m \rho \frac{\pi D^2 \partial V_{ax}}{4 \partial t} dz, \quad (29a)$$

$$df_y = \frac{1}{2} C_d \rho D V_{ay}^2 dz = \frac{1}{2} C_d \rho D U_y^2 dz, \quad (29b)$$

将式 (27) 和 (28) 代入式 (29a), 得

$$df_x = K_1 H^2 \cos^2 \theta dz + K_2 H \cos \theta dz + K_3 H \sin \theta dz + K_4 dz, \quad (30)$$

式中, $K_1 = \frac{1}{2} \rho C_d D \left[\frac{\pi}{T_r} \frac{\cosh kd (z+d)}{\sinh kd} \right]^2$; $K_2 = \rho C_d D U_x \left[\frac{\pi}{T_r} \frac{\cosh kd (z+d)}{\sinh kd} \right]$; $K_3 = \frac{\pi}{4} \rho C_m D^2 \left[\frac{2\pi^2 \cosh kd (z+d)}{T_r^2 \sinh kd} \right]$; $K_4 = \frac{1}{2} \rho C_d D U_x^2$. 将其沿高度 $z_1 \sim z_2$ 积分可得某一段桩柱所受的波-流联合作用力, 即

$$F_x = \int_{z_1}^{z_2} df_x, \quad (31a)$$

$$F_y = \int_{z_1}^{z_2} df_y. \quad (31b)$$

若以线性分布流为例, 则其速度分布 $U(z)$ 为式 (7), 将式 (7) 代入式 (31), 可得精确计算值; 为了比较, 将相应的等效均匀流速 U_e 代入式 (31), 得到等效计算值. 显然等效计算较精确计算相对简单. 经过推导, 可以发现两者 df_x 中只有含有 K_2 、 K_4 的部分不同, 因此只须比较这两部分即可, 并分别记为 F_{xK_2} 和 F_{xK_4} (注意: df_y 与 df_x 中含有 K_4 的部分很相似, 因此不必另行比较). 对应于不同流向与波向的夹角 α 的波-流联合作用力计算结果 (计算中取 $D = 5.0 \text{ m}$, 波高 $H = 1.0 \text{ m}$) 见表 1 和 2, 可以看出 F_{xK_2} 和 F_{xK_4} 的等效计算值和精确计

算值十分接近, 其相对误差远小于 5% 的工程精度要求. 这说明等效均匀流理论对作用在水中物体的波-流联合作用力是完全适用的, 引入该方法使计算大大简化, 便于工程应用, 尤其对大尺度物体波-流联合作用力的计算, 为势流理论的应用提供了理论依据, 使其计算更简单和合理.

表 1 已知水深 d 、绝对周期 T_a 、水流速度 U_s 和 U_b 、水深系数 ϵ 、波长 L 及 ϵL 水深范围内小尺度垂直桩柱的波-流联合作用力分量 F_{x_4} 和 F_{x_2} 幅值的计算结果 ($\alpha = 0^\circ$)

d/m		100.0			
T_a/s		5.0		15.0	
$U_s/m \cdot s^{-1}$		2.0	5.0	2.0	5.0
$U_b/m \cdot s^{-1}$		1.0	1.0	1.0	1.0
Ω		0.01	0.04	0.01	0.04
$U_{ex}/m \cdot s^{-1}$	精确值	1.955	4.750	1.722	3.814
	近似值	1.955	4.747	1.721	3.785
ϵ	精确值	0.159	0.157	0.147	0.140
	近似值	0.159	0.159	0.148	0.144
L/m	精确值	56.89	79.42	376.94	423.53
	近似值	56.89	79.40	376.90	422.91
F_{x_2}/N	精确值	0.962	2.973	2.367	5.479
	近似值	0.925	2.948	2.458	5.778
F_{x_4}/N	精确值	6.672	80.617	417.66	2782.78
	近似值	6.671	80.542	414.07	2695.90

表 2 已知水深 d 、绝对周期 T_a 、水流速度 U_s 和 U_b 、水深系数 ϵ 、波长 L 及 ϵL 水深范围内小尺度垂直桩柱的波-流联合作用力分量 F_{x_4} 和 F_{x_2} 幅值的计算结果 ($\alpha = 45^\circ$)

d/m		100.0			
T_a/s		5.0		15.0	
$U_s/m \cdot s^{-1}$		2.0	5.0	2.0	5.0
$U_b/m \cdot s^{-1}$		1.0	1.0	1.0	1.0
Ω		0.005	0.02	0.005	0.02
$U_{ex}/m \cdot s^{-1}$	精确值	1.030	2.524	0.910	2.039
	近似值	1.030	2.523	0.910	2.031
ϵ	精确值	0.159	0.158	0.150	0.146
	近似值	0.159	0.159	0.150	0.148
L/m	精确值	48.78	61.68	357.68	384.24
	近似值	48.78	61.68	357.67	384.07
F_{x_2}/N	精确值	0.531	1.587	1.255	2.836
	近似值	0.529	1.577	1.289	3.060
F_{x_4}/N	精确值	1.569	17.423	106.49	682.08
	近似值	1.569	17.414	105.65	663.68

4 结论

波浪与水流相互作用的问题十分复杂, 特别是对任意分布流, 其相应的描述就更为繁杂, 不便于工程实际应用, 而引入“等效均匀流”概念可使该复杂问题得以大大简化, 有利

于问题的解决.事实上,本文采用等效均匀流的概念可以引入势流理论来处理有旋流问题,这本身就是一种有益的尝试.从本文的理论推导和相应计算可以看出,在弱流假设下的水流的等效均匀化是可行的,直接应用于小尺度垂直桩柱的波-流联合作用力的计算表明其精度是很高的,但本文的理论和方法还须更进一步在实践中得到验证,在理论上仍有待进一步发展.

参考文献

- 1 Baddour R E, Song S. On the interaction between waves and currents. *Ocean Eng.*, 1990, (1/2): 1~21
- 2 Skop P A. An approach to analysis of interaction of surface waves with depth varying current fields. *Appl. Math. Mod.*, 1987, (11): 432~437
- 3 Kirby J T, Chen T M. Surface waves on vertically sheared flows; approximate dispersion relations. *J. Geophys. Res.*, 1989, (94): 1013~1027
- 4 Hedges T S, Anastasiou K, Gabriel D. Interaction of random waves and currents. *J. Waterway Port Coastal Ocean Eng.*, 1985, (111): 275~288
- 5 练继建, 赵子丹. 波-流共存场中全水深水流流速分布. *海洋通报*, 1994, (3): 1~16
- 6 Hedges T. S, Lee B W. The equivalent uniform current in wave-current computation. *Coastal Eng.*, 1992, (16): 301~311
- 7 Thomas G P. Wave-current interactions: an experimental and numerical study — Part 1. Linear wave. *J. Fluid Mech.*, 1981, **110**, 457~474
- 8 李玉成, 张福然. 作用于垂直桩柱上的波浪水流力. *海洋学报*, 1986, **8** (3): 751~761
- 9 马明根. *近海工程设计与计算*. 上海: 同济大学出版社, 1992

Study on equivalent effect of flow in wave-current field

Dong Yanqiu,¹ Yang Chunhui¹

1. *Department of Ocean Engineering and Naval Architecture, Tianjin University, Tianjin 300072*

Abstract — The concept of equivalent uniform current is presented. In order to deal with the problem of interaction between wave and nonuniform current the nonuniform current can approximately be treated as the equivalent uniform current by this method. It is simplified to compute the wave and current which are arbitrary varying along water depth. The wave-current forces on small vertical cylinder have been calculated and the results are consistent with the precise solutions very well.

Key words Wave, current, interaction, equivalent uniform current, wave-current forces