

单纯形投影算子理论及在资料分析中的应用*

II. 在表层水温和青岛气温预测中的应用

魏恩泊 徐启春 许金山 田纪伟

(青岛海洋大学物理海洋实验室, 青岛 266003)

摘 要 应用相空间理论对赤道单站日表层水温及青岛月平均气温的 9 点滑动平均资料进行了分析, 结果表明: 青岛月平均气温的 9 点滑动平均的相关维数和嵌入维数分别为 5.83、8, 当反厄尔尼诺发生时赤道日 SST 的相关维和嵌入维数分别为 3.93、11, 当厄尔尼诺发生时其相关维数和嵌入维数分别为 4.37、9. 揭示了无论是厄尔尼诺还是反厄尔尼诺发生赤道日 SST 都具有混沌特征, 并且厄尔尼诺发生其内部结构复杂化使得支撑奇怪吸引子的维数增加, 而嵌入维数减少. 这种现象是由于表层水温所隐含非线性作用显著增强所导致. 根据以上分析结果应用单纯形投影算子 (simplex projection operator) 预测方法对赤道单站日 SST 和青岛月平均气温的 9 点滑动平均资料进行了预测, 其前 8 点最大相对误差分别为 0.42%, 7.4%.

关键词 单纯形投影算子 相关维数 嵌入维数

1 引言

近年来, 物理参量的时间序列数据的非线性分析和预测得到迅速发展和广泛应用^[1,2], 诸如: 单时间序列相空间反演方法在海洋表层水温预报及资料弥补中的应用^[3]、局部非线性预测方法在海表面电磁散波中的应用^[4]、利用 Lyapunov 指数模式在气温预测中的应用^[5]、局部线性预测和整体非线性预测在寻求近岸浮沙浓度与波速关系中的应用^[6]、单纯形预测方法在疾病非线性分析及分形噪音分析中的应用^[7,8]等, 上述应用在资料的预测和分析中取得了成功, 同时揭示了诸多的非线性自然现象, 在一定范围内克服了传统预测方法因非线性相互作用引起的预测效果差的困难. 尽管上述预测方法应用在一定程度上具有很好的特性, 但其预测大部分涉及局部或整体的预测函数和微分方程的建立. 这些预测函数和方程的建立是对原非线性动力系统的近似, 不可避免地存在模式本身及参数误差. 由于非线性动力系统正 Lyapunov 指数存在, 使非线性系统对初始条件及参数十分敏感, 近而在系统演变过程中, 即

本文于 1997-10-04 收到, 修改稿于 1998-03-16 收到.

* 国家自然科学基金资助项目 (编号: 49476254).

第一作者简介: 魏恩泊, 男, 33 岁, 讲师, 博士, 现从事物理海洋方面的研究.

使存在初值或参数的小扰动, 造成严重地偏离真实轨迹, 甚至与原轨迹毫不相关. 从而非线性动力系统的预测在预测时间尺度和精确度上较差, 特别是短期资料序列往往具有不可预测性.

为了能客观地反映混沌系统奇怪吸引子局部伸缩和折叠特性, 在文献 [9] 提出了便利的单纯形投影算子预测方法, 该方法在一定范围内弥补了过多参数拟合所造成系统模式误差的缺陷. 本文在此基础上利用相空间理论及单纯形投影算子预测方法对实测青岛月平均气温的 9 点滑动平均资料及赤道日表层水温进行了分析, 表明青岛气温的奇怪吸引子的维数大于 5.83. 当厄尔尼诺发生时赤道日表层水温的相关维数具有增加现象, 即支撑表层水温奇怪吸引子的最小自由度数目增加, 这一结论指出在厄尔尼诺发生期间与旬特征时间尺度 SST 相耦合的具有旬特征时间尺度的物理参量自由度不会低于 5. 这从理论上间接指出所采用两个, 3 个或 4 个耦合参量方程组来研究厄尔尼诺现象所存在的问题.

2 使用的资料及 τ 的选取

2.1 资料选取

为了研究资料非线性特性, 首先在资料选取上应具有典型性, 本文资料选取了赤道地区 ($0^\circ \pm 0.5^\circ \text{ S}$, $165^\circ \pm 0.5^\circ \text{ E}$) 1986 年 12 月 14 日至 1991 年 11 月 6 日的日表层水温资料. 由于该地区海-气相互作用强烈, 厄尔尼诺现象复杂, 是典型的非线性海-气相互作用地区. 选取时间是 1986 年 12 月 14 日至 1989 年 10 月 10 日反厄尔尼诺发生期和 1989 年 1 月 5 日至 1991 年 11 月 6 日厄尔尼诺发生期的资料.

青岛地区的地理位置恰好处于内陆气候与海洋气候的交汇处, 属典型的海洋性气候. 该地区的气温不但受内陆气候的影响, 同时也受黄-渤海、东海的海洋气候的影响, 特别是黄海冷水团的影响, 具有很强的非线性相互作用. 本文选取了青岛地区 1898~1983 年的月平均气温.

2.2 τ 的选取

延迟时间尺度 τ 的最优选取至今仍是一个开问题. 在不同的资料分析中选取方法是不同的, 主要是基于嵌入相空间各分量在线性意义上的不相关, 但是如果选取的延迟时间尺度太大, 会导致相空间嵌入坐标的信息毫不相关; 延迟时间尺度太小, 会导致嵌入坐标在线性意义上为同一信息表达. 出于这两种情况的考虑, 大部分采取了在线性意义上的最小相关时间尺度的 e^{-1} 、 $1/10$ 或 $1/20$ 尺度及最小信息熵尺度等^[2,10,11]. 本文对赤道日表层水温 (前 1000 个点) 采用了最小自相关尺度的 $1/15$ 尺度, 保证嵌入相空间具有充分多的相点, 计算结果 $\tau = 23 \text{ d}$.

3 单纯形投影算子预测方法的应用

3.1 计算资料参数及分析

由于单纯形投影算子预测方法是建立在相空间理论基础之上, 所以首先利用相空间理论对实测青岛月平均气温和赤道日表层水温的延迟时间尺度、相关维数及嵌入维数进行计算及分析.

以青岛月平均气温前 1000 个点计算, 可得 $\tau = 3\Delta t$, 但相关维数没有达到饱和, 它随

怪吸引子,二是可能青岛月平均气温含有较大的噪音,三是青岛月平均气温的资料长度不够.青岛气温是否存在吸引子我们不能确定,由于资料平滑可在一定程度上消除噪音,同时降低奇怪吸引子的相关维数,所以我们分析了青岛月平均气温9点滑动平均的资料,得自相关时间尺度、相关维数和嵌入维数分别为3个月、5.83、8,从相关维数分析可知:9点滑动平均的青岛月平均资料气温至少用6个自由度的微分方程来描述.同时也表明了如果青岛月平均气温存在奇怪吸引子,其相关维数将大于5.83,并且刻化青岛月平均气温的方程更加复杂,这也是提高长期预报精度的困难所在.

计算1986年12月14日至1989年9月27日反厄尔尼诺发生期和1989年1月5日至1991年11月6日厄尔尼诺发生期的赤道日SST相关维数和嵌入维数分别为3.93、11、4.37、9.该结果表明(图1):当厄尔尼诺发生时奇怪吸引子相关维数比反厄尔尼诺发生时大,而嵌入维数减小,从相关维数分析可知,厄尔尼诺发生奇怪吸引子的结构明显地发生变化,使支撑吸引子的最小自由度数目增加,说明同反厄尔尼诺相比在拉尼娜发生时赤道地区SST的非线性增加,并且描述其非线性系统的参量数目增加,增加的参量数目可能是系统的外部因素.

3.2 应用

基于以上的参数结果,对青岛9点滑动平均的月气温资料、赤道日表层水温(1986年12月14日至1989年9月27日及1989年1月5日至1991年11月6日)分别选取 q 为9、11、10.这里需要指出嵌入 m 维相空间,其最小单纯形维数为 m ,顶点数为 $m+1$,构成 m 维单纯形.由于实测资料的噪音影响,使得计算出的相关维数和嵌入相空间维数存在误差,所以在实际应用中为了达到较好的预测效果可采用 $q(q < m)$ 维面或 $q(q > m)$ 维体^[9].此外,权重的选取直接影响预测效果,因为某相点Lyapunov特征指数是描述该相点附加初始小扰动后的短时间演变轨迹与真实轨迹的偏离程度.如果初始扰动太大,短时间演变轨迹远远偏离真实轨迹,使得Lyapunov特征指数估计不准确.

一般情况下对某相点施加小初始扰动可较准确估计Lyapunov特征指数.在本文应用中,设 $l_0, l_1, l_2, \dots, l_s$ 是计算相应相点 $p_0, p_1, p_2, \dots, p_s$ 经过短时间后的第一分量Lyapunov特征指数的参量,且 p_1, p_2, \dots, p_s 距离 p_0 依次疏远^[9]依据Lyapunov特征指数计算原理,采用已知的 l_1, l_2, \dots, l_s 估计 l_0 ,应对距离预测起始相点 p_0 依次疏远的相点 p_1, p_2, \dots, p_s 在经过短时间后的参量 l_1, l_2, \dots, l_s 加权依次递减.故本文选取权重按距预测起点最近的顶点为最大,即 l_1, l_2, \dots, l_s 的权重分别为

$$\frac{s}{p}, \frac{s-1}{p}, \frac{s-2}{p}, \dots, \frac{1}{p},$$

则 $l_0 = \frac{s}{p} l_1 + \frac{s-1}{p} l_2 + \dots + \frac{1}{p} l_s$.其中 $p = \sum_{i=1}^s i, s = q - 1$.资料前1000个点做向前一步

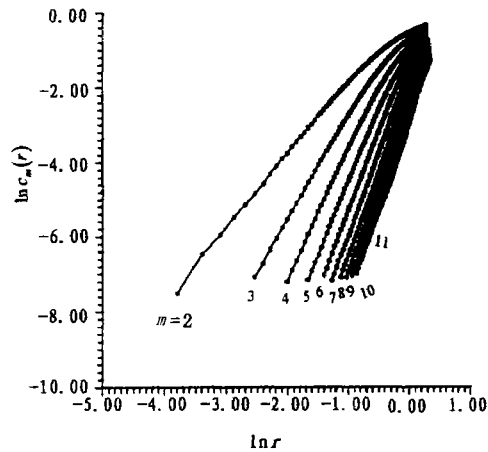


图1 1989年1月至1991年11月赤道日SST的 $\ln r - \ln c_m(r)$ 图, m 为嵌入维数

单纯形投影算子模式, 后 10 个点为预测验证, 预测结果见图 2 和图 3.

在图 2 和图 3 中分别取前 8 点的绝对误差 (见表 1), 其最大相对误差分别为 0.4%, 0.42%, 7.4%.

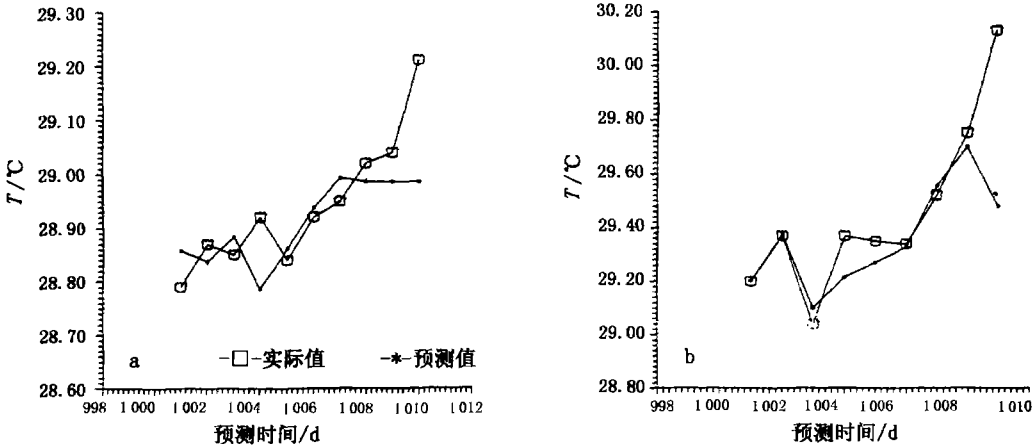


图 2 赤道日 SST 预测图

- a. 1989 年 9 月 7 日至 1989 年 9 月 16 日预测值, $q = 11, m = 11$,
 b. 1991 年 10 月 17 日至 1990 年 10 月 25 日预测值, $q = 10, m = 9$

3.3 结果分析

从以上实测水温及气温的预测结果分析可知, 该方法对非线性的时间序列具有较好的预测效果. 单纯形维数 q 较大(或较小), 预测效果不理想(本文没有给出该计算结果), 当 q 太大(或较小)时, 单纯形顶点数超过(或低于)几何体维数太多都不能更好地反映单纯形随时间变化的伸缩和折叠特性. 一般情况下, 单纯形维数与相空间嵌入维数的近于相等(指不能相差甚远).

4 结论

4.1 本文依据青岛月平均气温的九点滑动平均资料指出了该地区月平均气温奇怪吸引

子是否存在的 3 种可能性, 同时确定了 9 点滑动平均资料的奇怪吸引子的相关维数为 5.83.

4.2 依据赤道日表层水温的相关维数, 本文得出了厄尔尼诺发生时该地区的 SST 相关维数具有明显的增大, 该结果表明: 厄尔尼诺发生使赤道日 SST 变化加剧, 同时描述厄尔尼诺发生时的物理参量增加(即增加其他物理参量的非线性相互作用)及研究厄尔尼诺现象(旬时间尺度)至少需要 5 个方程, 而反厄尔尼诺相对要少(约 4 个方程).

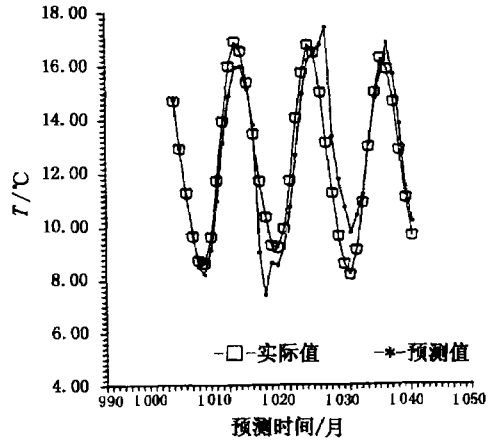


图 3 青岛月平均气温 9 点滑动平均预测图
 1980 年 9 月至 1983 年 12 月预测, $q = 9, m = 8$

表 1 预测绝对误差

(单位:℃)

时间点数	青岛气温	反厄尔尼诺发生期	厄尔尼诺发生期
1 001	-0.064 9	-0.067 9	-0.003 5
1 002	-0.021 5	0.032 6	-0.005 3
1 003	0.152 2	-0.034 1	-0.060 9
1 004	-0.168 8	0.133 4	0.154 2
1 005	0.224 9	-0.021 8	0.079 2
1 006	0.406 1	-0.017 9	0.011 3
1 007	0.469 7	-0.042 9	-0.035 4
1 008	0.750 9	0.033 6	0.050 3

4.3 单纯形投影算子预测方法对实测时间序列预测具有较好效果,该方法快捷易行.另外,选取尽量长的资料及消除系统测量误差将会取得良好的效果,该方法在理论和实际应用方面还需进一步完善,诸如:需要解决最优加权,最优单纯形维数等问题.

参考文献

- 1 Manuca R, Savit R. Model misspecification tests, model building and predictability in complex systems. *Phy. D*, 1996, **93**, 78~100
- 2 Henry D I, Brown R, Kadtko J B. Prediction in chaotic nonlinear system: Method of time series with broadband Fourier spectra. *Phy. Rev. A*, 1990, **41**. 1 782~1 807
- 3 田纪伟, 孙 孚, 楼顺里等. 相空间反演方法及其在海洋资料分析中的应用. *海洋学报*, 1996, **18** (4): 1~10
- 4 Leung H. Experimental modelling of electromagnetic wave scattering from an ocean surface based on chaotic theory. *Chaos, Solitons & Fractals*, 1992, **2** (1): 25~43
- 5 Zhen-shan Lin. Lyapunov exponent model of long term forecast. *Chaos, Solitons & Fractals*, 1993, **3** (4): 431~438
- 6 Jaffe B, Rabin D. Using nonlinear forecasting to learn the magnitude and phasing of time varying sediment suspension in the surfzone. *J. G. R.*, 1996, **101**, 14 283~14 296
- 7 Sugihara G, May R M. Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in the time series. *Nature*, 1990, **344**, 734~741
- 8 Wales D. Calculating the rate of loss of information from chaotic. *Nature*, 1991, **350**, 485~488
- 9 魏恩泊, 许金山, 郭建国等. 单纯形投影算子理论及在资料分析中的应用-I. 在方程模型资料预测中的应用. *海洋学报*, 1999, **21** (2): 34~39
- 10 Tsonis A A, Elsner J B. The weather attractor over very short timescales. *Nature*, 1988, **333**, 545~547
- 11 Fraser A M, Swinney H L. Independent coordinates for strange attractors from mutual information. *Phy. Rev. A*, 1986, **33**, 1 134~1 140

Theory of simplex projection operator and its application to analysis data

II. Application to forecast SST and Qingdao air temperature

Wei Enbo,¹ Xu Qichun,¹ Xu Jinshan,¹ Tian Jiwei¹

1. *Laboratory of Physical Oceanography, Ocean University of Qingdao, Qingdao 266003*

Abstract——Phase space theory is used to analyze the day SST of equatorial local area and nine moving average month air temperature of

Qingdao (NMAMAT). The results show that the correlation dimension and embedding dimension of NMAMAT and SST are 5.83, 8, 3.93 (anti-El Niño) or 4.37 (El Niño), 11 (anti-El Niño) or 9 (El Niño), respectively. The SST of El Niño and anti-El Niño can be described as chaotic phenomenon. The correlation dimension increase and embedding dimension decrease of El Niño SST show that the SST inner structure during El Niño period is complex and implies nonlinear interaction increase. The above parameters and the forecast method of simplex projection operator are used to predict the time series data of SST and NMAMAT, and the biggest prediction relative errors of SST and NMAMAT are 0.42%, 7.4% within the first eight points, respectively.

Key words Simplex projection operator, correlation dimension, embedding dimension