

# 未破碎变浅随机海浪的波面高度概率分布

黄培基 陈雪英 刘新安 胡泽建

(国家海洋局第一海洋研究所, 青岛 266003)

**摘要** 利用青岛海洋大学物理海洋实验室现代化的大型水槽, 设计进行了多种海浪强度下, 由深水传入近岸不同坡度水底上的变浅随机海浪的实验. 依据实验资料分析结果表明, 对变浅非正态海浪过程而言, 其波面高度分布取 Gram-Charlier 级数前 3 项, 所得结果与实验分布符合良好. 该分布中  $\sigma$ 、 $\lambda_3$ 、 $\lambda_4$  3 个参量是测点水深和波浪强度的函数, 并获得了与无因次参量  $H_s/d$  之间的经验关系, 为预测变浅随机海浪的波面高度分布提供了可能.

**关键词** 变浅 随机海浪 波面高度 概率分布

## 1 引言

通常在线性理论框架下, 视深水海浪为具有各态历经性的平稳随机过程, 依据中心极限定理, 可以得知深水海浪波面高度服从正态分布. 当海浪由深水传入近岸浅水区后, 由于水深变浅的影响, 海浪的波面与深水波面有显著不同. 此时波剖面不再是对称的, 波峰陡而高, 波谷较平缓, 而波面值较小. 因此, 近岸浅水区的海浪过程不是正态过程, 为一非正态过程. 值得注意的是, 当波浪从深水向浅水传播时, 这种由正态过程向非正态过程的演化不总是都发生的. 当波浪强度(波高)较小时, 浅水波浪仍然可视为正态过程. 换言之, 有限深度中的波浪非正态特征依赖于水深和海浪强度.

本文利用青岛海洋大学物理海洋实验室现代化的大型风-浪-流水槽, 设计进行了多种强度的深水海浪传入近岸具有不同坡度海底的变浅随机海浪过程的实验. 依据实验记录资料, 首先对未破碎变浅随机海浪波面高度分布进行了分析研究. 由于浅水海浪波面高度分布与波浪强度和水深有关, 因而进一步分析了波面高度分布函数中  $\sigma$ 、 $\lambda_3$ 、 $\lambda_4$  三参量与测点水深和有效波高间的关系, 获得了经验关系, 为预测变浅随机海浪的波面高度分布提供了可能.

本文于 1997-09-20 收到, 修改稿于 1998-03-18 收到.

\* 国家自然科学基金(编号: 49476272, 49606071)、国家海洋局青年基金(编号: 95409)和青岛海洋大学物理海洋实验室开放基金资助项目.

第一作者简介: 黄培基, 男, 61 岁, 研究员, 从事海浪理论及其工程应用方面的研究.

## 2 实验过程与资料处理

各种底坡下海浪变浅特征的实验在青岛海洋大学物理海洋实验室的随机波-风-流大型水槽内进行,该水槽长 65 m,宽 1.2 m,高 1.5 m. 其实验方案设计为原型波要素:

有效波高 ( $H_s$ ): 1.5 m, 2.5 m, 3.0 m, 3.5 m, 4.0 m;

有效周期 ( $T_s$ ): 5.8 s, 7.2 s, 8.0 s, 8.5 s, 9.8 s;

模型几何比尺为  $\frac{1}{20}$ , 底坡度设计分别为  $\frac{1}{20}$ 、 $\frac{1}{30}$ 、 $\frac{1}{40}$  三种, 共布设了 5 个测点, 其中距水槽右端随机造波机 13.8 m 的 5 号测点为深水靶谱检测点, 其余 4 个测点分别布于斜坡上 (如图 1). 实验水深取 70 cm, 5 个测点的水深分别为 70、61、44、38、28 cm. 实验中为使不同坡度上测点的水深相同, 更换坡度后, 各测点的位置需作调整. 对每一种坡度, 按上述 5 种波要素, 分别以文氏谱 (规范谱) 和 PM 谱为靶谱产生相应的深水随机波列. 为使水槽内所产生的随机波列达到平稳, 每更换一次原始波要素按要求谱产生随机波列 3 min 后, 再利用 7 通道电阻式测波仪同时记录下 5 个不同测点的波面信号并存入微机的硬盘中. 当一种坡度实验结束后, 将记录在微机硬盘中的数据拷贝到磁盘上带回进行各种统计分析.

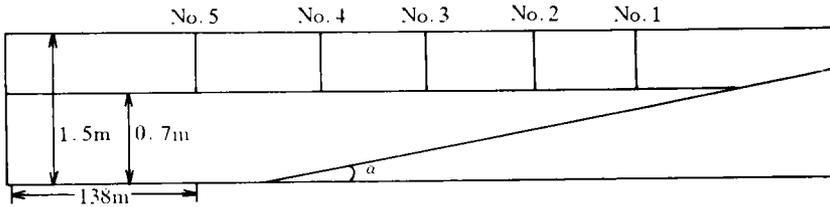


图 1 实验水槽示意图

资料采样时间间隔  $\Delta t = 0.05$  s, 记录时间约 7.5 min 左右, 每次每一测点的采样数约为 9 000 个. 利用获取的资料, 首先对每一测点的波面记录统计分析其波面方差、波面分布的偏度和峰度, 并绘制波面的实验分布的直方图. 同时以上跨零点法读取波高和周期两个序列, 统计分析各种特征波高和周期, 如平均波高 ( $\bar{H}$ ) 和平均周期 ( $\bar{T}$ )、有效波高 ( $H_s$ ) 和有效波周期 ( $T_s$ ) 等. 在内部结构上, 将每测点的海浪记录进行波能谱分析, 以供进一步的研究.

## 3 波面高度概率分布函数

正如引言中所述, 近岸浅水区的海浪由于非线性变得更显著, 不再是正态海浪随机过程. 对于这种非正态海浪过程的波面高度分布, 只能用非正态概率分布函数来描述. 对非正态海浪过程的波面高度概率分布, 国内外迄今已进行了广泛研究. Kinsman<sup>[1,2]</sup>最先使用 Gram-Charlier 级数拟合海浪波面高度统计分布. Longuet-Higgins<sup>[3]</sup>解释了这种拟合的依据, 并据非线性相互作用, 从理论上给出了 Edgeworth 形式的 Gram-Charlier 级数. Tyfun<sup>[4]</sup>将窄谱海浪的波面表示为具有一种平均频率、随机位相, 且振幅被调制的 Stokes 波, 其波面高度的概率分布也接近 Gram-Charlier 级数. Huang 和 Long<sup>[5]</sup>以实验对 Gram-Charlier 级数进行了检验, 发现当取至  $\lambda_4$  项时, 该级数与实测分布符合良好, 但增至  $\lambda_6$  时符合状况变坏, 增至  $\lambda_8$  时甚至更坏. 侯一筠<sup>[6]</sup>采用风浪谱参量化方法, 将文氏谱宽度参量用于非线性海浪波面的统计分布研究, 得到与 Longuet-Higgins 的非线性波面具有同等效益的 Gram-Charlier 形波面分布. 孙乎

等<sup>[7]</sup>据非线性随机海浪模型,用直接求矩的方法,在三阶近似下给出了一种在物理概念上更为清晰的非线性波面高度统计分布.只是在深水条件下,且仅考虑最简单的波-波相互作用,该分布在精确到  $H_0$  的意义下才脱化为 Longuet-Higgins 给出的 Gram-Charlier 级数.对于浅水海浪,张炳根等<sup>[8]</sup>、Bitner<sup>[9]</sup>和 Ochi 等<sup>[10]</sup>依据实验室和近岸浅水区实测波面高度资料统计分析,建议使用 Gram-Charlier 级数来描述海浪波面高度统计分布,即

$$f(\xi) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} \left[ 1 + \frac{1}{6}\lambda_3 H_3(x) + \frac{1}{24}\lambda_4 H_4(x) + \dots \right], \quad (1)$$

式中,  $\sigma^2$  为波面方差;  $x = \frac{\xi}{\sigma}$ ;  $H_n(x)$  为  $n$  阶 Hermite 多项式, 其值为

$$H_n(x) = x^n - \frac{n(n-1)}{1!} \frac{x^{n-2}}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2!} \frac{x^{n-4}}{2} - \dots \quad (2)$$

$$\lambda_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}; \quad (3)$$

$$\lambda_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3. \quad (4)$$

$\lambda_3 = \lambda_4$  分别代表偏度和峰度, 对于正态分布  $\lambda_3 = \lambda_4 = 0$ .

为将上述概率密度函数应用于近岸变浅海浪实验资料分析, 将实验中 5 个测点的每次波面记录统计计算其方差、偏度和峰度, 按式 (1) 求其波面高度的概率密度分布函数, 并绘于波面高度分布的直方图上, 然后对本次实验过程所得的 150 个波面分布图分析比较, 可得出:

1. 方程式 (1) 所描述的概率密度函数有时当负大值  $x (= \xi/\sigma)$  时, 所给出的概率密度值可为负值. 这在物理意义上是不合理的, 但在实践中不会造成麻烦, 因为当式 (1) 为负值时, 通常都出现在实测概率密度值外边, 此时将其取值为零即可.

2. 对所有波面高度实验分布直方图与相应由式 (1) 的分布比较后, 认为用式 (1) 描述近岸浅水区海浪波面高度的非正态分布是合适的, 图 2 作为示例.

3. 图 3 给出当  $\lambda_3 = 0.2$  时式 (1) 与正态分布的比较. 由此图可以认为, 在近岸浅水区, 当  $\lambda_3 < 0.2$  时, 此时的海浪波面高度分布仍可视为正态分布.

#### 4 概率分布函数参量的分析

由方程 (1) 看出,  $\sigma$ 、 $\lambda_3$ 、 $\lambda_4$  是近岸海浪波面高度非正态分布的控制参量. 然而近岸海浪的非正态特征与测点水深和波浪强度有关, 因此可将它们视为水深和波浪强度的函数.

首先分析参量  $\lambda_3$  与水深和波浪强度的关系, 取测点记录的有效波高 ( $H_s$ ) 作为表征波浪强度的指标, 而以测点水深 ( $d$ ) 作为深度影响因子. 为资料处理的方便, 引入因子  $H_s/d$ , 将实验中 1、2、3 号测点资料  $\lambda_3 > 0.2$  的数据 (见上节第 3 条), 与相应的  $H_s/d$  数据点绘成图

4. 由图可知,  $\lambda_3$  与  $H_s/d$  之间为一线性关系, 经采用最小二乘法求得下式:

$$\lambda_3 = 2.112 H_s/d - 0.227, \quad \lambda_3 > 0.2, \quad (5)$$

由 (5) 式可知, 只要预先知道测点的有效波高和测点的水深, 即可求得测点波面高度概率密度函数中的参量  $\lambda_3$ , 这在实践中是很有意义的.

其次, 将 1、2、3 号测点的  $\lambda_3$  值, 取其大于 0.2 者与相应的  $\lambda_4$  值点绘成图 5. 由图看出,  $\lambda_3$  和  $\lambda_4$  之间为非线性关系, 经用多项式拟合, 得到下面最佳关系:

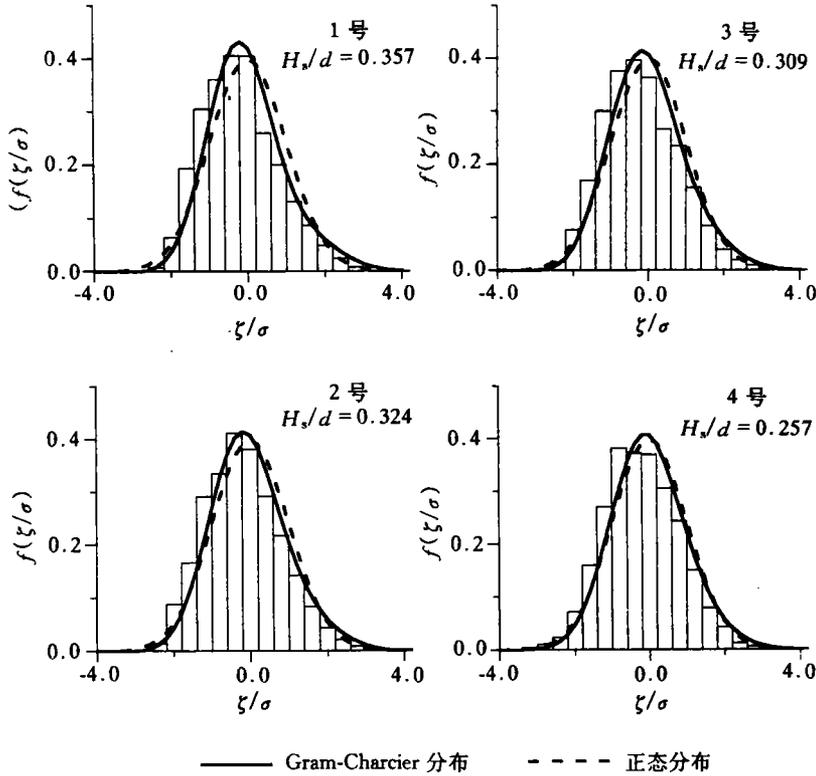


图 2 波面高度实验分布与式 (1) 的比较

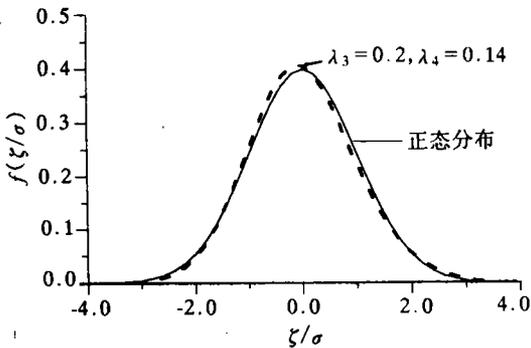


图 3 正态分布与当  $\lambda_3=0.2, \lambda_4=0.14$  时式 (1) 分布的比较

$$\lambda_4 = 0.1 + 0.0206\lambda_3 + 0.8478\lambda_3^2, \quad (6)$$

$$\lambda_3 > 0.2,$$

在图 5 上, 对一特定的  $\lambda_3$  值,  $\lambda_4$  之值有一定的散布. 如对  $\lambda_3=0.6$  而言,  $\lambda_4$  在 0.24~0.6 之间散布. 为此, 当  $\lambda_3=0.6$  时, 取  $\lambda_4=0.24, 0.42, 0.6$  分别以式 (1) 作图 6, 其中  $\lambda_4=0.42$  为式 (6) 求得之值. 由图 6 可知, 概率密度函数图形之间的差异并不大, 因此作为一个平均经验关系, 式 (6) 是可用的.

对式 (1) 中参量  $\sigma$ , 引入无因次参量  $\sigma/d$ , 并将它与无因次参量  $H_s/d$  之值点绘成图 7. 由图可

知, 两者间可视为线性关系, 经采用最小二乘法, 求得

$$\sigma/d = 0.0089 + 0.2184 H_s/d. \quad (7)$$

至此, 对式 (1) 中的参量  $\sigma, \lambda_3, \lambda_4$ , 只要预先知道浅水区某测点的有效波高和水深, 就可据式 (5) ~ (7) 求得, 从而可按式 (1) 给出测点的波面高度分布函数.

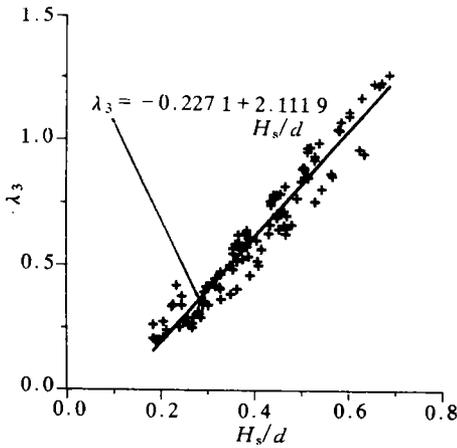


图4  $\lambda_3$  与  $H_s/d$  之间的关系

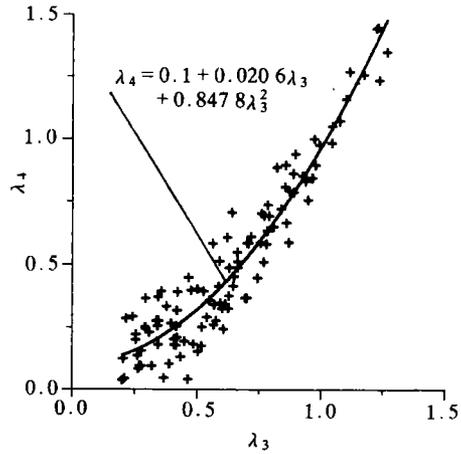


图5  $\lambda_3$  与  $\lambda_4$  之间的关系

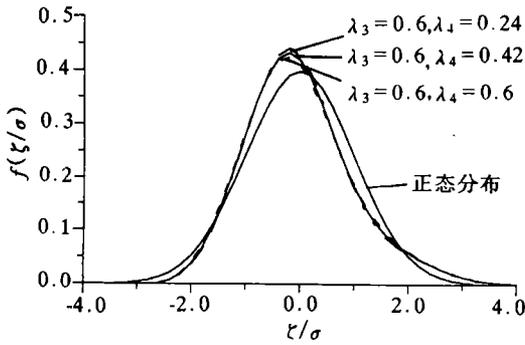


图6 正态分布与  $\lambda_3=0.6; \lambda_4=0.24, 0.42$  和  $0.6$  时的式 (1) 分布

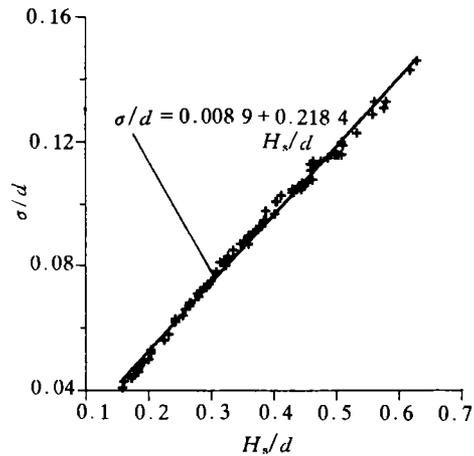


图7  $\sigma/d$  与  $H_s/d$  之间的关系

## 5 结语

- 5.1 近岸浅水区的海浪过程, 其波剖面不再具有对称性, 波峰陡而高, 波谷较平缓, 而波面值较小, 是属于非正态海浪过程. 这种非正态海浪过程的特征依赖于测点的水深和波浪强度.
- 5.2 近岸浅水区的海浪过程的波面高度分布可由式 (1) 来描述.
- 5.3 对近岸海浪而言, 偏度  $\lambda_3$  是其波面非正态分布的主要因子, 它依赖于无因次参量  $H_s/d$ , 可以式 (5) 表示. 当  $\lambda_3 < 0.2$  时, 海浪的波面高度分布可近似以正态分布来描述.
- 5.4 峰度参量  $\lambda_4$  可由式 (6) 来计算, 而参量  $\sigma$  可由式 (7) 来确定.

## 参考文献

- 1 Kinsman B. Surface waves at short fetches and low wind speeds—a field study. Chesapeake Bay Institute; Tech. Rept., 1960, 19, 581
- 2 Kinsman B. Wind Waves. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1965, 676
- 3 Longuet-Higgins M S. The effect of nonlinearities on statistical distributions in the theory of sea waves. J. Fluid Mech.,

- 1963, 17(3): 459~480
- 4 Tayfun M A. Narrow-band nonlinear sea waves. J. G. R., 1980, 85(C3): 1 548~1 552
  - 5 Huang N E, Long S R. An experimental study of the surface elevation probability distribution and statistics of wind generated waves. J. Fluid Mech., 1980, 101(1): 179~200
  - 6 侯一筠. 非线性海浪的波面与波高的统计分布. 海洋与湖沼, 1990, 21(5): 425~432
  - 7 孙 孚, 丁平兴. 非线性海浪的波面高度概率分布及其物理解释. 中国科学 (B 辑), 1994, 24(8): 859~865
  - 8 张炳根, 沈毓毅. 关于海浪分布的一种非正态模式. 山东海洋学院学报, 1979, (1): 44~48
  - 9 Bitner E M. Nonlinear effects of the statistical model of shallow-water wind waves. Applied Ocean Res., 1980, 2(2): 63~73
  - 10 Ochi M K, Wang W C. Non-Gaussian characteristics of coastal waves. Proc, 19th Coastal Eng. Conf., 1984, 1, 516~531

## Probability distribution of surface elevations of random non-breaking shoaling sea waves

Huang Peiji,<sup>1</sup> Chen Xueying,<sup>1</sup> Liu Xin'an,<sup>1</sup> Hu Zejian<sup>1</sup>

1. *First Institute of Oceanography, State Oceanic Administration, Qingdao 266003*

**Abstract**—The experiments of random shoaling sea waves, which propagate on different beach slopes from deep water, were designed and undertaken under several wave strengths using the modern large wave flume at the Physical Oceanography Laboratory, Ocean University of Qingdao. On the basis of laboratory data and analysis results, it is shown that for non-normal shoaling wave processes, the distribution of surface elevation obtained from the experiments is in good agreement with that from the first three terms of Gram-Charlier series. The parameters of this distribution, that is,  $\sigma$ ,  $\lambda_3$  and  $\lambda_4$  are the functions of water depth and wave strengths of measurement points, an empirical relationship with dimensionless parameter  $\frac{H_s}{d}$  is obtained to make it possible to predict the distribution of surface elevation of random shoaling sea waves.

**Key words** Shoaling, random sea waves, surface elevation, probability distribution