

三维斜压台风模式*

I. 数值方法

吴辉璇 杨学联 白 珊

(国家海洋环境预报中心, 北京 100081)

摘 要 一种多重移动套网格斜压台风模式已被应用于海洋环境数值预报. 模式采用 σ 坐标系的原始方程组作为控制方程. 现在用于国家海洋环境预报中心的模式垂直方向为非等距4层, 水平方向为 Arakawa B 型格式, 所采用的差分格式满足动量和能量守恒原理. 模式控制方程组分离成平流过程和适应过程二组方程, 并根据大气运动不同过程的特性, 分别采用不同的时间步长和不同的积分方法. 预报和后报结果显示该数值方法不仅可以缩短机时, 而且可以得到稳定的预报结果.

关键词 台风模式 三维斜压 数值方法 移动套网格

1 引言

台风具有强风带和很陡的气压梯度, 台风区域各种气象要素的时间、空间变化比一般天气尺度系统大得多, 而且具有强烈的对流活动. 所以进行数值模拟时必须考虑这些细致的结构和物理过程. 然而在设计台风数值模式时, 必须考虑大范围天气尺度系统对其移动、加强和减弱的作用. 而数值天气预报模式所采用网络通常又不能分辨和处理台风细致结构和物理过程, 缩小网格必然带来计算时间增加. 为了保证预报时效而又能分辨台风结构, 选取合适的网格和参数化方案以及提高时效的积分方案, 对发展台风数值模式实现台风数值预报是很重要的. 为了预报台风路径和提供海浪和风暴潮等海洋模式的海面风压场的数值预报^[1], 适合于当前的计算能力和资料状况, 在大河内模式^[2]基础上, 一种多重移动套网格斜压台风模式被应用于海洋环境数值预报. 本文下面几节分别概述模式控制方程组和差分格式. 根据大气运动特点将模式方程组分离成平流过程和适应过程两部分, 并分别根据其慢波和快波特性采用不同积分方法.

本文于1997-01-05收到, 修改稿于1997-06-06收到.

* “八五” 国家科技攻关项目 (编号: 85 903-03 04)

第一作者简介: 吴辉璇, 男, 61岁, 研究员, 博士生导师, 从事物理海洋和海洋气象研究.

2 模式控制方法

模式采用 σ 坐标系的原始方程组作为控制方程. 定义

$$\sigma = \frac{P - P_t}{\pi},$$

式中 $\pi = P_s - P_t$. 其中 P_s 是地面气压, P_t 为模式上界气压. 通常根据预报的要求选取模式上界. 如果要求考虑平流层作用, 可选取 50 hPa 或更高层, 本文选取为 100 hPa. 经过一些变换后, 通量形式的动量方程、热力学方程和水汽守恒方程可表示为

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\pi A}{m^2} \right) = L(A) + C, \quad (1)$$

式中, $A = (u, v, T, q)^T$; $L(A)$ 为动量、热量和水汽水平平流和垂直平流项, 表示为

$$L(A) = - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi u}{m} A \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\pi v}{m} A \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{\pi \dot{\sigma}}{m^2} A \right) \right]. \quad (2)$$

包括动量方程中的科氏力项和气压梯度力项, 动量、热量和水汽的湍流垂直输送项以及非绝热加热和水汽源汇项等.

$$C = \left\{ \left[f^* \frac{\pi v}{m^2} - \frac{\pi}{m} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\sigma}{\pi} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \frac{\partial \pi}{\partial x} \right) + (F_u + D_u) \frac{\pi}{m^2} \right], \right. \\ \left. \left[-f^* \frac{\pi u}{m^2} - \frac{\pi}{m} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\sigma}{\pi} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \frac{\partial \pi}{\partial y} \right) + (F_v + D_v) \frac{\pi}{m^2} \right], \right. \\ \left. \left[\frac{\pi}{C_p} \frac{\omega \alpha}{m^2} + \frac{\pi}{m^2} (Q + F_T + D_T) \right], \left[\frac{\pi}{m_2} (\delta_q + F_q + D_q) \right] \right\}^T, \quad (3)$$

式中 m 为地图投影放大因子. 考虑地图投影放大因子的科氏参数为

$$f^* = f - \left(v \frac{\partial m}{\partial x} - u \frac{\partial m}{\partial y} \right), \quad (4)$$

为了克服低纬度地区科氏参数很小, 当纬度 $\varphi \rightarrow 0$, $f \rightarrow 0$ 所带来的问题, 而采用

$$f = \begin{cases} 2\Omega \sin \varphi + \frac{10^\circ - \varphi}{10^\circ} \times 2\Omega \sin 5^\circ, & \text{当 } \varphi < 10^\circ \text{N}, \\ 2\Omega \sin \varphi, & \varphi \geq 10^\circ \text{N}, \end{cases} \quad (5)$$

式中, Ω 为地球自转角速度; F_u 、 F_v 分别表示湍流摩擦力在 x 和 y 方向分量; F_T 和 F_q 分别表示热量和水汽的湍流垂直输送; Q 为非绝热加热率; δ_q 为水汽源或汇; D_u 、 D_v 、 D_T 和 D_q 分别表示动量、热量和水汽的水平扩散率. 重力位势 $\Phi = gz$, 比容 α 由状态方程给出为

$$\alpha = RT / (\pi \sigma + P_t), \quad (6)$$

静力学方程为

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = -\pi \alpha, \quad (7)$$

上述方程中 σ 坐标系的垂直速度为

$$\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dt},$$

p 坐标系的垂直速度 ω 与 $\dot{\sigma}$ 的关系为

$$\omega = \frac{dp}{dt} = \sigma \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} + mu \frac{\partial \pi}{\partial x} + mv \frac{\partial \pi}{\partial y} \right) + \pi \dot{\sigma}, \quad (8)$$

连续方程可表示为

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\pi}{m^2} \right) = - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi u}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\pi v}{m} \right) + \frac{\pi}{m^2} \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma} \right], \quad (9)$$

模式垂直边条件为:

当 $\sigma=1$ 或 $\sigma=0$, $\sigma=0$,

积分式 (9) 得倾向方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\pi}{m^2} \right) = - \int_0^1 \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi u}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\pi v}{m} \right) \right] d\sigma, \quad (10)$$

和 $\dot{\sigma}$ 方程

$$\frac{\pi \dot{\sigma}}{m^2} = \sigma \int_0^1 \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi u}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\pi v}{m} \right) \right] d\sigma - \int_0^{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi u}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\pi v}{m} \right) \right] d\sigma, \quad (11)$$

上述方程中其他符号为一般常用符号.

3 差分格式

模式的垂直方向在 $\sigma=1$ 或 $\sigma=0$ 之间等距或非等距地分成若干层. 图1是现在应用于国家海洋环境预报中心的非等距4层台风模式的垂直分层. V 、 Φ 和 T 、 q 、 $\dot{\sigma}$ 分别交叉置于不同网格面, 简称为 u 网格面和 T 网格面. 图右侧所标气压值是相当于标准大气的高度.

水平方向采用正方形网格, 变量分布为 Arakawa B 型格式, 如图3所示. 差分格式按动

$\sigma=0$		K	$\dot{\sigma}$	P (hPa)
—————		1	0	100
.....	$\dot{\sigma}, T$	2	1/2	176
—————	V, Φ	3	1/6	252
.....	$\dot{\sigma}, T, q$	4	1/3	403
—————	V, Φ	5	1/2	556
.....	$\dot{\sigma}, T, q$	6	2/3	708
—————	V, Φ	7	5/6	860
.....	$\dot{\sigma}, T, q$	8	11/12	936
$\sigma=0$	—————	9	1	1013

图1 模式的垂直分层

量和能量守恒等原则设计^[3].

式 (2) 中非线性水平平流项采用 Arakawa 方案^[4], 为了书写方便引入下面符号:

$$\bar{A}^x = \frac{1}{2} (A_{i,j} + A_{i+1,j}), \quad A_x = \frac{1}{d} (A_{i+1,j} - A_{i,j}),$$

对于 y 方向也类似.

$$\bar{A}^{xy} = \frac{1}{4} (A_{i,j} + A_{i+1,j} + A_{i,j+1} + A_{i+1,j+1}),$$

这里 A 为任一物理量, d 为格距, 下标表示格点坐标.

Winninghoff^[5]发现采用有限差分格式模拟地转适应过程的近似程度与网格变量分布有密切关系, 图2表示浅水波方程频率与波数的关系. 当变形半径 λ 非零时, B 格式在 $0 < \mu d < \pi$ 区间内频率单调递增, 与真解接近. 本模式变量在网格中的配置采用 B 格式, 分为两组: π 、 T 、 q 、 $\dot{\sigma}$ 网格系 (I, J) 和 u 、 v 网格系 (i, j), 在图3中分别用实线和虚线表示. x 、 y 方向都相差 $1/2$ 格距, 其格点分别称为 π 点和 u 点. 例如 u 分量水平平流 $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi u}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\pi v}{m} \right)$ 差分形式用 adv 表示, 分成两部分之和, 即

$$adv = \frac{2}{3} \cdot adv1 + \frac{1}{3} \cdot adv2,$$

其中,

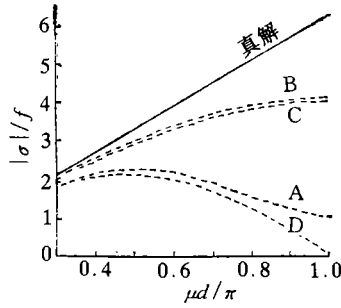


图2 浅水波方程频率 $|\sigma|/f$ 与波数 $\mu d/\pi$ 的关系

$(\lambda/d=1)^{[5]}$

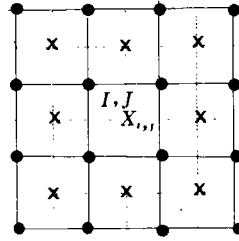


图3 变量的水平分布

● π, T, q, σ × u, v

$$\text{adv1} = \left[\left(\frac{u}{m} \right)^y \bar{\pi}^x \bar{u}^x \right]_x + \left[\left(\frac{v}{m} \right)^y \bar{\pi}^y \bar{u}^y \right]_y,$$

$$\text{adv2} = \left\{ \left[\left(\frac{u}{m} \right)^y \bar{\pi}^x + \left(\frac{v}{m} \right)^x \bar{\pi}^y \right] \bar{u}^x \right\}_x + \left\{ \left[\left(\frac{v}{m} \right)^x \bar{\pi}^y + \left(\frac{u}{m} \right)^y \bar{\pi}^x \right] \bar{u}^y \right\}_y,$$

式中 (x', y') 是原来坐标 (x, y) 旋转 45° , 对于某一点 (i, j) 的水平流项, 参与计算的格点如图4所示.

将 π 点 $\left(\frac{\pi \sigma}{m^2} \right)_K$ 平均得 u 点上 $\left(\frac{\pi \sigma}{m^2} \right)_K^{xy}$, 再垂直差分得到 u 网格面 (见图1) 上垂直流项的差分形式.

采用 σ 坐标系使下边界条件变得非常简单, 但却把垂直边界条件计算上的困难转化为气压梯度力的计算问题. σ 坐标的水平气压梯度力项变为两项之和, 来自两项的差分近似和静力方程的截断误差, 不仅影响低层而且波及整个模式大气, Sundqvist^[6]早已讨论了这种误差. 为了克服这种困难, 许多处理方法和计算方案曾被提出和应用^[3]. 由于本模式主要用于海上台风预报, 气压梯度项采用下述的差分形式可以获得满意的结果.

$$\frac{\pi}{m} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\sigma}{\pi} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \frac{\partial \pi}{\partial x} \right) \approx \frac{1}{m^{xy}} \left[\bar{\pi}^x \Phi_x^y + \overline{\left(\frac{\pi RT}{\pi \sigma + P_t} \right)^{xy}} \pi_x \right].$$

按图1和图3变量分布, 曲率变化项、散度项以及 σ 方程分离后的一部分的差分形式分别表示为:

$$\frac{\pi v}{m^2} \left(v \frac{\partial m}{\partial x} - u \frac{\partial m}{\partial y} \right) \approx \frac{\bar{\pi}^{xy}}{(\bar{m}^{xy})^2} v (v \bar{m}_x^y - u \bar{m}_y^x),$$

$$\pi u \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v}{m} \right) \right] \approx u \left\{ \bar{\pi}^{xy} \left[\left(\frac{u}{m} \right)^y_x + \left(\frac{v}{m} \right)^x_y \right] \right\}^{xy},$$

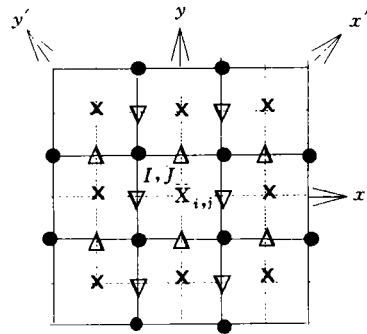


图4 参与 (i, j) 点动量水平平流计算的格点

● π, m × u, v

$$\Delta \left(\frac{u}{m} \right)^y \bar{\pi}^x, \quad \nabla \left(\frac{v}{m} \right)^x \bar{\pi}^y$$

$$\frac{u}{m} \frac{\partial \pi}{\partial x} + \frac{v}{m} \frac{\partial \pi}{\partial y} \approx \left[\overline{\left(\frac{u}{m} \right)^y} \pi_x \right] + \left[\overline{\left(\frac{v}{m} \right)^x} \pi_y \right].$$

热力学方程中两部分表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi u}{m} T \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\pi v}{m} T \right) &\approx \left\{ \overline{\pi^x \left(\frac{u}{m} \right)^y} T_x \right\} + \left\{ \overline{\pi^y \left(\frac{v}{m} \right)^x} T_y \right\}, \\ \pi T \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v}{m} \right) \right] &\approx T \left\{ \overline{\pi^y \left[\left(\frac{u}{m} \right)^y \right]_x} + \left[\left(\frac{v}{m} \right)^x \right]_y \right\}, \end{aligned}$$

试验表明上述的差分格式计算稳定, 满意地抑制短波噪声.

4 时间积分

4.1 方程分离

为了缩短模式的计算时间, 提高预报时效, 高效率的时间积分方案的应用对业务预报具有十分重要的意义.

在研究一个复杂物理过程中, 人们往往首先通过对若干简单物理过程进行研究, 然后综合研究它. 甚至将一些多维空间问题化为若干单维问题研究, 例如将三维热传导问题化为三个一维问题处理. 同样也可以把复杂的大气和海洋运动看作若干简单过程及其相互作用的结果. 上述大气原始方程模式包括了两大类不同性质的解, 即快波解和慢波解. 当地转平衡破坏后, 进行的风场和气压场的调整过程是十分迅速的, 经过一个很短的时间即达到准地转平衡状态, 此后即进入缓慢的演变过程. 早在60年代 Marchuk^[7]提出了分离解法把原始方程组分离为两组方程, 分别描述适应过程和非线性平流过程对两组方程采用不同的时间积分方案, 对缩短计算时间起很大作用. Burridge 和 Gadd 等^[8,9]首次将半隐式和显示分离解法应用于英国10层原始方程业务预报模式获得很好效果. 大河内在台风预报模式中的时间积分方案由欧拉后差改为显式分离解法计算时间缩短一半多. 巽保夫^[10]将解看作低频部分和高频部分之和, 按不同部分提出不同积分方案, 缩短计算时间. 曾庆存、张学洪^[11]研究了灵活性差分格式的各种分离算法, 具有守恒性好, 计算稳定和省时等特点. Blumberg 和 Mellor^[12]还成功地将分离算法应用于三维海洋环流模式. 本文将描述大气运动的方程组分成平流、适应和湍流交换3种过程. 将描述产生重力惯性波的项作为适应过程处理, 例如气压梯度力、科氏力项, 还包含垂直运动项以及下边界条件等. 将方程中水平平流项和侧向扩散项作为平流过程处理. 摩擦和扩散项从中分离单独处理. 源汇项虽也包含在适应过程中, 但实际上为了节省计算时间而单独处理. 上述模式控制方程组中运动方程、热力学方程、水汽方程和倾向方程分别分离成平流过程和适应过程二组方程. 例如 u 动量方程和热力学方程的平流过程分别为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi u}{m^2} \right)^L &= - \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi u}{m} u \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\pi v}{m} u \right) \right] - \pi u \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v}{m} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{(\pi \sigma)^L}{m^2} u \right] + \frac{\pi v}{m^2} \left(v \frac{\partial m}{\partial x} - u \frac{\partial m}{\partial y} \right) \right\} + \frac{\pi}{m^2} D_u, \end{aligned} \quad (12a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi T}{m^2} \right)^L = - \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi u}{m} T \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\pi v}{m} T \right) \right] - \pi T \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v}{m} \right) \right]$$

$$+ \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{(\pi \dot{\sigma})^L}{m^2} T \right] + \frac{\pi}{m^2} D_T, \quad (12b)$$

适应过程分别为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi u}{m^2} \right)^H &= - \left\{ \pi u \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v}{m} \right) \right] + \frac{\pi}{m} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} + \sigma \alpha \frac{\partial \pi}{\partial x} \right) \right. \\ &\quad \left. - f \frac{\pi v}{m^2} + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\left(\frac{\pi \dot{\sigma}}{m^2} \right)^H u \right] \right\}, \end{aligned} \quad (12c)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi T}{m^2} \right)^H = - \left\{ \pi T \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u}{m} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v}{m} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\left(\frac{\pi \dot{\sigma}}{m^2} \right)^H T \right] - \frac{\pi}{m^2} \frac{\omega \alpha}{C_p} \right\}, \quad (12d)$$

式中上角 L 和 H 分别表示平流过程和适应过程部分. 式 (12d) 中浮力项 $\frac{\pi \omega \alpha}{m^2 C_p}$ 也可以分成两部分,

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{m^2} \frac{\omega \alpha}{C_p} &= \frac{\pi \alpha}{m^2 C_p} \left[\sigma \left(\frac{\partial \pi}{\partial x} + mu \frac{\partial \pi}{\partial x} + mv \frac{\partial \pi}{\partial y} \right) + \pi \dot{\sigma} \right] \\ &= \frac{\pi \alpha}{m^2 C_p} \left\{ \underbrace{\sigma \left[m^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi}{m^2} \right)^L + mu \frac{\partial \pi}{\partial x} + mv \frac{\partial \pi}{\partial y} \right] + m^2 \left(\frac{\pi \dot{\sigma}}{m^2} \right)^L}_{L} + m^2 \underbrace{\left[\sigma \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi}{m^2} \right)^H + \left(\frac{\pi \dot{\sigma}}{m^2} \right)^H \right]}_{H} \right\}, \end{aligned}$$

可将前一部分置于平流过程处理.

4.2 积分方法

分离开的各部分根据所反映的物理特性不一样, 而采用不同的解法, 积分时间步长也不同. 对于平流过程主要反映大气长波运动, 计算稳定性所允许的时间步长较长, 一般可采用显式方法求解. 而适应过程一般描述重力惯性振荡, 为了保持计算稳定性可采用隐式方法. 本文采用显式方法积分, 则要求时间步长比前者短得多. 如前者为 Δt 后者缩小 n 倍为 δt , 即

$$\Delta t = n \delta t,$$

Δt , δt 分别由各组方程稳定性判据确定, 例如 $\Delta t = 30 \text{ min}$, $\delta t = 6 \text{ min}$, 则 $n = 5$. 设 F^r 为 τ 时刻矢量, 其分量表示描述该时刻大气状态的所有变量在格点上的值. 在 $\tau + \Delta t$ 时刻的值为 $F^{r+\Delta}$. 由 F^r 积分到 $F^{r+\Delta}$ 分 3 步进行, 即

$$F^{r+\Delta} = \{I + B(d, \delta t)\}^n \{I + A(d, \Delta t)\} \{I + D(d, \Delta t)\} F^r, \quad (13)$$

式中 B 、 A 和 D 分别表示适应过程、平流过程和湍流交换过程的运算矩阵. I 为单位矩阵. 模式中, 将平流过程又分成两部分

$$A(d, \Delta t) = \bar{A}(d, \Delta t) + A'(d, \Delta t), \quad (14)$$

其中 $A'(d, \Delta t)$ 为波长小于 4 个格距的短波部分的运算矩阵, $\bar{A}(d, \Delta t)$ 为长波部分运算矩阵.

4.2.1 平流过程积分方案

在 Lax-Wendroff^[13] 方案的基础上, 考虑栗原等^[11] 的加权迭代积分, 分两步积分方程 $\frac{\partial h}{\partial t} = G$, 即

$$h^* = h^r + \Delta t \cdot G^r, \quad (15a)$$

$$h^{r+\Delta} = h^r + \Delta t \{ (1 - \alpha) G^r + \alpha G^* \}. \quad (15b)$$

当 $\alpha = 1$ 时即是欧拉后差, 而当 $\alpha = 0.5$ 即是 L-W 方案. 栗原方案是加权考虑每一积分步长始末的导数, 而修改 L-W 方案考虑每步中间时间导数, 计算梯度时考虑平均风速的影响. 栗原将

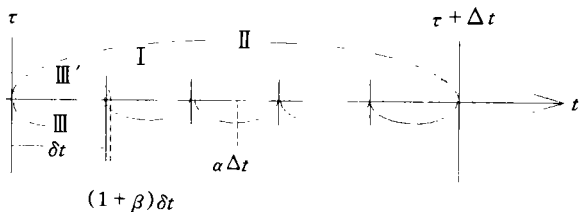


图5 时间积分步骤示意图

方程中高频部分和低频部分分别采用不同权重. 本文对平流过程也类似地采用两步积分方法, 如图5所示 I 和 II, 取 $\alpha=0.506$. 由 I 求出 π^* 、 u^* 、 v^* 、 T^* 和 q^* 等, 再由 II 得到 $\pi^{\tau+\Delta t}$ 、 $u^{\tau+\Delta t}$ 、 $v^{\tau+\Delta t}$ 、 $T^{\tau+\Delta t}$ 和 $q^{\tau+\Delta t}$ 等. 下面以积分连续方程 (9) (即倾向方程) 为例,

$$\pi^* = \pi^\tau + \alpha \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\pi}{m^2} \right)^L \cdot m^2 \cdot \Delta t, \quad (16)$$

然后滤波

$$[(A_i^*)^L]' = (A_i^*)^L - \overline{(A_i^*)^L}, \quad (17)$$

式中横线表示平滑运算, A_i^* 代表任一变量的时间导数, $\overline{(A_i^*)^L}$ 所起的作用置于适应过程中考虑, 在每一步长对适应过程起作用.

I

$$\pi^{\tau+\Delta t} = \pi^\tau + \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\pi^*}{m^2} \right)^L \right]' \cdot m^2 \Delta t. \quad (18)$$

将经过上述两步运算所得的 π 等在 $\tau + \Delta t$ 时刻的值作为下一步适应过程的 τ 时刻的值.

4.2.2 适应过程积分方案

如图5中 III 和 III' 所示, 利用前差求出 $\tau + \delta t$ 时刻 π 等以及 π' 等的值.

$$\pi^{\tau+\delta t} = \pi^\tau + \delta t \left[\frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\pi^*}{m^2} \right)^L + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\pi}{m^2} \right)^H \right] \cdot m^2, \quad (19a)$$

$$\pi' = \pi^\tau + (1 + \beta) \delta t \left[\frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\pi^*}{m^2} \right)^L + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\pi}{m^2} \right)^H \right] \cdot m^2, \quad (19b)$$

式中 β 是订正参数, 所得 π' 和 T' 用于计算重力位势 Φ' . 由式 (6) 和式 (7) 得到

$$\Phi'_k = \Phi'_{k+1} - R \pi' T' / \Delta \sigma \cdot (\pi' \sigma + P_t). \quad (20)$$

将所得 π' 、 Φ' 代入适应过程方程组求出 $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\pi u}{m^2} \right)^H$ 等. 再利用下式求出 $u^{\tau+\delta t}$ 等,

$$u^{\tau+\delta t} = \left\{ \left(\frac{\pi u}{m^2} \right)^\tau + \delta t \left[\frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\pi^* u^*}{m^2} \right)^L + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\pi u}{m^2} \right)^H \right] \right\} \frac{m^2}{\pi^{\tau+\delta t}}. \quad (21)$$

如图5所示连续积分 n 次得到 $\tau + \Delta t$ 时刻的 π 、 u 等. 将经过适应过程所得 $\tau + \Delta t$ 时刻的值作为 τ 时刻值, 考虑扩散、摩擦和热量、水汽的源汇作用项, 再积分到 $\tau + \Delta t$, 最后得到 $\tau + \Delta t$ 时刻 π 、 u 、 v 、 T 、 q 等预报值.

5 结论

上述显式分离解法除一般由差分代替微分所引起截断误差外, 另外算子 L 分离成 A, B, D 三部分求解也会引起分离截断误差. Gadd^[9]认为这与所用网格特征有关. 该方法特点是用较长时间步长计算低频波动, 用短的时间步长计算高频波动. Mesinger 和 Arakawa^[15]曾详细地讨论重力波和重力惯性波方程的经济分离解法以及所产生的噪音和滤波方法. 廖洞贤和张

玉玲^[16]系统地总结了数值在天气预报中分离解法的发展和应⤵. 本模式采用移动套网格应用上述数值方法, 合理地处理台风物理过程进行台风预报试验. 预报试验结果显示该数值方法不仅可以缩短机时, 而且可以得到稳定的预报结果, 并且已被国家海洋环境预报中心用于台风海面风压场数值预报¹⁾.

衷心感谢日本大河内芳雄和新田尚先生曾给予热情帮助和讨论.

参考文献

- 1 吴辉碇, 张占海, 李国庆. 台风风暴潮数值预报业务试验方案. 热带气旋科学讨论会文集, 北京: 气象出版社, 1990, 151~158
- 2 大河内芳雄. 移动式多重格子系 (MNG) 应用いた台风预报, 研究时报, 1979, **39** (7~9), 173~198
- 3 张玉玲, 吴辉碇, 王晓林. 数值天气预报. 北京: 科学出版社, 1986, 472
- 4 Arakawa A. Computational design for long-term numerical integration of the equation of atmospheric motion. *J. Computational Phys.*, 1996, **1**, 119~143
- 5 Winninghoff F J. On the adjustment toward a geostrophic balance in a simple primitive equation model with application to the problem of initialization and objective analysis. Ph. D. Thesis, University of California, Los Angeles, 1968, 161
- 6 Sundqvist H. On truncation errors in sigma system models. *Atmosphere*, 1975, **13**, 81~95
- 7 Marchuk G I. Numerical Methods in Weather Prediction. New York: Academic Press, 1974, 354
- 8 Burridge D M, Gadd A J. The Meteorological office operational 10-level numerical weather prediction model (Dec. 1975). Meteorological Office, Scientific Paper No. 34, London, HMSO, 1977, 59
- 9 Gadd A. A split explicit integration scheme for numerical weather prediction. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 1978, **104**, 569~582
- 10 巽保夫. 数值予报モデルの时间差分スキームと物理過程, 第一部时间差分子与スキーム电子计算室报告别册第27号, 1981, 3~44
- 11 曾庆存, 张学洪. 完全保持能量守恒的可压缩流体一时空差分格式和协调的分解算法. 中国科学, 1981, **11**, 1 355~1 366
- 12 Blumberg A F, Mellor G L. A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model. In: Coastal and Estuarine Science 4. Three-Dimensional Coastal Ocean Models (Heaps N S ed.), AGU Washington D. C., 1987, 1~16
- 13 Lax P D, Wendroff B. System of conservation laws. *Commun. Pure and Appl. Math.*, 1960, **13**, 217~237
- 14 Kurihara Y, Tripoli G J. An interactive time integration scheme designed to preserve a low frequency wave. *Mon. Wea. Rev.*, 1976, **104**, 761~764
- 15 Mesinger F, Arakawa A. Numerical Methods Used in Atmospheric Models, Vol. 1, GARP Publications Series No. 17, 1976, 64
- 16 廖洞贤, 张玉玲. 原始方程模式的分解算法和半拉格朗日法. 数值天气预报中的若干新技术 (廖洞贤、柳崇健主编), 北京: 气象出版社, 1995, 47~94

1) “八五”国家科技攻关项目85-903-03-04专题研究报告, 台风海面风压场客观分析、四维同化及数值预报产品的研制, 1995年11月, 194页.

A baroclinic typhoon model with a moving multi-nested grid and variational adjustment initialisation

I. Numerical method

Wu Huiding,¹ Yang Xuelian,¹ Bai Shan¹

1. *National Marine Environmental Forecasting Centre, State Oceanic Administration, Beijing 100081*

Abstract— A baroclinic typhoon model with a moving multi-nested grid is applied in marine environmental forecasts. The σ -coordinate primitive equations are used as governing equations in the model. The model with four uneven layers in the vertical and Arakawa-B grid in the horizontal is used in the National Marine Environmental Forecasting Centre of China. Finite differencing scheme for the model satisfies the conservation of momentum and energy. The governing equations of the model are split into two parts which represent advection process and adjustment process, respectively. And different integration schemes with different time steps are employed for the two parts, respectively, according to the features of different processes in atmospheric motion. The forecasting and hindcasting show this numerical method can save computation time while having stable prediction results.

Key words Typhoon model, 3-dimensional baroclinic, numerical method, moving nested grid