

# 水深有陡变的人工港域内波高分布的 数值计算方法

张福然 陈汉宝

(交通部天津水运工程科学研究所, 塘沽 300456)

**摘 要** 首次将单源点法应用于水深有陡变的人工港域内波高分布的数值计算, 结果与一维理论解符合极好, 并与工程实例的物理模型试验结果符合也很好。

**关键词** 波高分布 单元点法 陡变水深

## 1 引言

人工港域内有局部开挖是常有的情况, 如本文下面所引用的莱州港工程就是这样。随着船舶吨位的增加, 港池和航道深开挖的工程实例将会越来越多。

单源点法<sup>[1,2]</sup>是计算港域内波高分布的一种好方法, 其优点是理论严谨、计算量少、精度高, 但长期以来, 它只能应用于单一水深港域, 这是其缺陷。这样在很大程度上限制了它在局部开挖港域方面的应用, 而对于没有局部开挖、水深又处处相等港域, 实际上不多见。

本文改进了单源点法, 使之能应用于水深有陡变的人工港域。与一维理论解的对比以及与莱州港工程实例的对比都说明, 本文的方法是好的。

## 2 理论概术

为叙述简单, 本文只涉及简谐波, 但推广到单方向和多方向的不规则波是毫无困难的。设二维波势:

$$\varphi(x, y) = \varphi_i(x, y) + \varphi_s(x, y), \quad (1)$$

式中,  $\varphi_i(x, y)$  为入射波势;  $\varphi_s(x, y)$  为散射波势。已知

$$\varphi_i(x, y) = e^{ik(x\cos\theta + y\sin\theta)}, \quad (2)$$

式中,  $k$  为波数;  $\theta$  为入射角。  $\varphi_s(x, y)$  应满足下面的海姆霍兹方程和 Sommerfeld 辐射条件:

$$\frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial y^2} + k^2 \varphi_s = 0, \quad (3)$$

本文于1995-07-10收到, 修改稿于1997-02-24收到。

第一作者简介: 张福然, 男, 48岁, 副研究员, 从事海岸工程研究。

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left( \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} - ik\varphi_2 \right) = 0. \quad (4)$$

满足式(3)和(4)的基本解是  $\frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr)$ , 式中,  $H_0^{(1)}(kr)$  是第一类零阶 Hankel 函数;  $r$  是域  $\Omega$  内或其边界  $\Gamma$  上一点  $P$  同  $\Gamma$  上源点  $M$  间的距离. 通常将  $\varphi_2$  表示为

$$\varphi_2(P) = \int_{\Gamma} \mu(M) \frac{1}{2i} H_0^{(1)}(kr_{MP}) dS_M, \quad (M \in \Gamma, P \in \Omega + \Gamma), \quad (5)$$

式中,  $\mu(M)$  为  $\Gamma$  上的源分布强度.

式(5)是等深水域内的解. 本文将它分别应用于两个不同的水域, 该两水域相邻, 水深不同, 但每一水域内水深不变. 再用下面提到的边界条件(9)作为两相邻水域中各自解的匹配条件, 从而改进了单源点法, 使之能应用于水深有陡变的港域内的波高计算.

为计算港域内的波高分布, 提出如下一些边界条件.

### 2.1 口门处

口门处应满足

$$\varphi_1(P) = \varphi_2(P), \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial n}, \quad (6)$$

式中, 下标1和2分别表示口门外域和口门内域;  $n$  表示口门界线的法线方向;  $P$  为口门界线上的点.

### 2.2 全反射边界

全反射边界处应满足

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0. \quad (7)$$

### 2.3 部分反射边界

部分反射边界处应满足

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} + kA_\varphi = 0, \quad (8)$$

式中,  $A$  为复反射系数,  $A = a_1 + ia_2$ , 工程上一般取  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = (1-R)/(1+R)$ ,  $R$  为反射系数.

### 2.4 水深陡变处

水深陡变处应满足

$$\varphi_1(P) = \varphi_2(P), \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} \cdot h_1 = \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} \cdot h_2, \quad (9)$$

式中, 下标1和2分别表示水深陡变界线两侧的域;  $P$  为水深陡变界线上的点;  $n$  为水深陡变界线的法线方向;  $h$  为水深. 式(9)适用于浅水波, 对于有限水深的波, 可作适当变化.

简谐波的速度势函数为

$$\Phi(x, y, z, t) = \text{Re}[\Psi(x, y, z)e^{-i\omega t}], \quad (10)$$

式中,  $\Psi(x, y, z)$  为三维复值波势函数:

$$\Psi(x, y, z) = \Psi_1 + i\Psi_2 = -\frac{H_i}{2} \frac{g}{\omega} \cdot i \frac{\text{ch}[k(z+h)]}{\text{ch}kh} [\varphi_1(x, y) + i\varphi_2(x, y)], \quad (11)$$

式中,  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  为二维波势的实部和虚部;  $H_i$  为入射波波高;  $\omega$  为圆频率;  $g$  为重力加速度. 在

自由表面  $z=0$  上:

$$\Psi_1|_{z=0} = \frac{H_i}{2} \frac{g}{\omega} \varphi_2, \quad \Psi_2|_{z=0} = \frac{H_i}{2} \frac{g}{\omega} \varphi_1. \quad (12)$$

自由表面函数为

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial t} |_{z=0} = \text{Re} \left( \frac{i\omega}{g} \varphi e^{-i\omega t} \right) |_{z=0}. \quad (13)$$

自由表面振幅为

$$a = \left| \frac{i\omega}{g} \Psi |_{z=0} \right| = \frac{\omega}{g} \sqrt{(\Psi_1^2 + \Psi_2^2) |_{z=0}}. \quad (14)$$

波高为

$$H = \frac{2\omega}{g} \sqrt{(\Psi_1^2 + \Psi_2^2) |_{z=0}} = H_i \sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_2^2}. \quad (15)$$

### 3 与一维理论解的对比

如图1a所示, 波浪自左向右行进, 遇陡坎后发生部分透射和部分反射. 透射系数  $T$  和反射系数  $R$  的理论解<sup>[3]</sup>如图1b实线所示. 本文数值解为图1b上的圆点, 由图可见, 本文数值解与理论解相比, 误差可以忽略.

### 4 与工程实例物理试验结果的对比

莱州港的物理模型试验结果<sup>1)</sup>如图2所示. 图中虚线所围区域是局部开挖的等深区域, 水深为9.8m, 其余部分为天然水深, 水深缓变, 最深处为4.5m, 最浅处为3.0m.

计算时划分为两个区域: 一个是局部开挖区域, 取水深为9.8m, 另一个是未开挖区域, 对

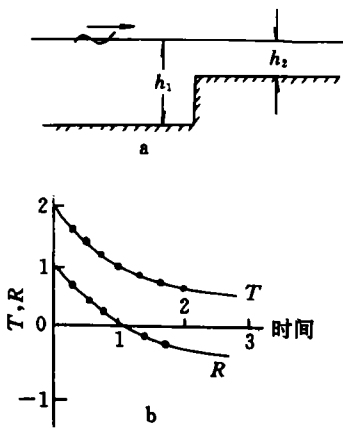


图1 波浪遇陡坎后的透、反射系数  
实线为理论解, 圆点为数值解

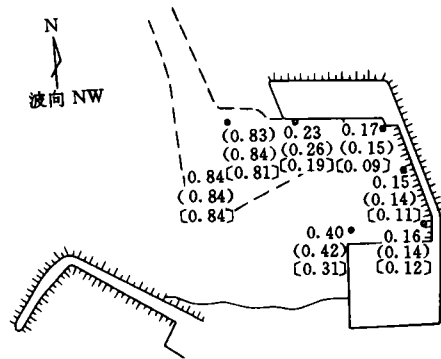


图2 莱州港物理模型试验结果和计算结果  
小括号内的数字为本文改进的单源点法的计算结果  
中括号内的数字为传统的单源点法的计算结果

1) 赵军, 孙精石. 莱州港盐码头防波掩护整体水工模型试验报告(一). 交通部天津水运工程科学研究所, 1992.

天然缓变水深的均值取3.8m, 计算结果如图2所示. 然后把全部区域当作水深9.8m, 按传统的单源点法作计算, 结果见图2. 将图2中三组数据进行对比, 可见本文改进的单源点法的计算结果明显优于传统的单源点法的计算结果.

## 5 今后的工作

今后要通过物理模型试验, 将边界条件(9)与开挖坡度联系起来, 并进一步将单源点法与缓坡上的折、绕射联合计算方法结合起来, 使它能够解决水深既有陡变又有缓变的问题.

## 参考文献

- 1 Hwang Li-san, Ernest O Tuck. On the oscillations of harbours of arbitrary shape. *J. Fluid Mech.*, 1970, **42**(3): 447~464
- 2 Lee Jiin-jen. Wave-induced oscillations in harbours of arbitrary geometry. *J. Fluid Mech.*, 1971, **45**(2): 375~394
- 3 Bartholomeuz E F. The reflection of long waves at a step. *Proc, Cambridge Philos. Soc.*, 1958, **54**, 106~118

# Numerical method for wave height distribution within artificial harbor with water depth of steep variation

Zhang Furan,<sup>1</sup> Chen Hanbao<sup>1</sup>

1. *Tianjin Research Institute of Water Transport Engineering, Tanggu 300456*

**Abstract**—The method which is based on the solution of a singular integral equation is first used in the artificial harbor with the water depth of steep variation. The result is proper to the one-dimensional theoretical solution and hydraulic model test.

**Key words** Wave height distribution, singular integral equation method, water depth of steep variation