

# 声呐系统的最佳定向精度和最优多目标分辨力研究

李启虎 尹力 赵国英

(中国科学院声学研究所, 北京)

**摘要** 定向精度和多目标分辨力是被动声呐系统的重要技术指标. 本文从理论上证明, 这两个指标都与声呐系统的指向性函数的主瓣特性有内在联系. 定向精度的最佳值与时延估计误差的克拉美-罗 (Cramer-Rao) 下界有关, 在一定的信噪比条件下, 定向精度与波束主瓣宽度成反比. 多目标的分辨力约等于1.3倍主瓣的宽度. 文中以线阵与圆阵为例给出定向精度和多目标分辨力的数学表达式, 并以实际计算结果与理论作比较.

**关键词** 声呐系统 最佳定向精度 最优多目标分辨力 指向性函数 主瓣特性

## 前言

目标的定向精度与多目标的分辨力是声呐设计者所关心的最重要的技术指标之一, 但是在早期文献<sup>[1~5]</sup>中却很少讨论这个问题, 一般只提出有关指向性的概念. 人们深信指向性函数在主瓣附近的性状与定向精度及目标分辨力有关, 但是却没有得出它们的内在联系.

随着信号处理技术的发展, 我们已明白, 定向精度问题是与时延估计问题紧密相连的<sup>[6~8]</sup>. 时延估计的精度可以通过计算克拉美-罗下界求出来, 于是定向精度问题便可以根据基阵的几何形状来求解.

本文在理论上证明了定向精度和多目标分辨力与声呐系统指向性的内在联系, 求出它们的数学关系, 指出在一定信噪比之下, 定向精度与指向性函数主瓣宽度成反比. 多目标分辨力的问题除与目标的夹角有关外, 还与目标之间的强度比有关<sup>[9~12]</sup>. 我们推导了不同强度比之下, 声呐系统多目标分辨力与指向性函数主瓣宽度的关系. 在两个等强度目标的情况下, 多目标分辨力约等于1.3倍指向性函数主瓣宽度.

本文所给的理论结果已经由实际的计算得到证实, 所得的结果对声呐系统的设计提供了非常实用的依据, 特别是对多波束数字化声呐来说, 本文的结果是选择基阵孔径、频率范围和波束数目等参数的出发点.

# 1 声呐系统指向性函数在主瓣附近的性质

直观地说, 声呐系统的指向性函数表示它在空间抑制各向同性噪声的能力. 这种空间滤波的作用, 在某一方向就是定向精度的基础. 从总体上说, 指向性的空间积分就是系统的增益. 我们首先研究声呐系统指向性函数在主瓣附近的性状.

声呐系统的指向性函数与构成该系统的声呐基阵的几何形状有关. 对有  $N$  个基元的等间隔离散线阵, 其指向性表达式为<sup>[14]</sup>

$$R(\varphi) = \frac{\sin(N\varphi/2)}{N\sin(\varphi/2)}, \quad (1)$$

式中,

$$\varphi = \frac{2\pi d[\sin\theta - \sin\theta_0]}{\lambda}, \quad (2)$$

$\theta$  为目标信号的入射角;  $\theta_0$  为波束指向角;  $d$  为基元间隔;  $\lambda$  为信号波长. 当  $\theta \approx \theta_0$  时, 式 (1) 具有  $\sin x/x$  的形状, 在  $x=0$  处作泰勒展开, 得到

$$\frac{\sin x}{x} \approx 1 - \frac{x^2}{3}. \quad (3)$$

换言之, 直线阵指向性函数在主瓣附近具有抛物线的形状.

对圆阵来说, 如果基元数和圆阵直径、信号波长满足一定的关系, 其指向性函数可以表达为零阶贝塞尔函数<sup>[1]</sup>:

$$D(\theta) = J_0\left(\frac{4\pi r}{\lambda} \sin \frac{\theta - \theta_0}{2}\right), \quad (4)$$

式中,  $r$  为基阵半径;  $\lambda$  为信号波长. 在  $x=0$  附近,

$$J_0(x) \approx 1 - \frac{x^2}{4}, \quad (5)$$

也具有抛物线的形状.

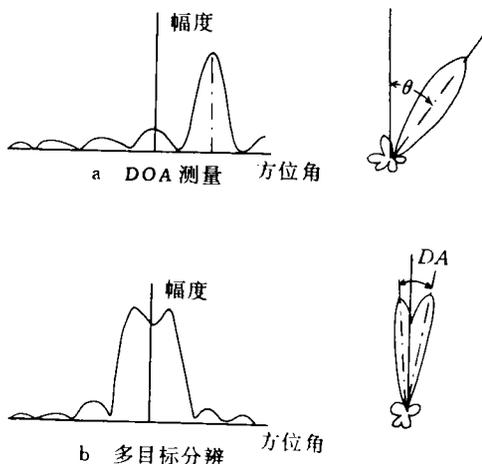


图1 声呐系统中单目标定向和多目标分辨

## 2 定向精度

见图1a, 如果目标的入射方向为  $\theta$ , 而声呐系统的估计值为  $\hat{\theta}$ , 则两者的误差  $\hat{\theta} - \theta$  就是定向精度. 我们通常把  $\hat{\theta}$  看作是一个统计量, 而关心的是  $\hat{\theta} - \theta$  的均方根值:

$$CA = [E(\hat{\theta} - \theta)^2]^{1/2}, \quad (6)$$

CA 的极小值就是最佳的定向精度, 记作  $(CA)_{opt}$ . 我们要证明  $(CA)_{opt}$  是与分裂波束系统的时延估计有关的.

事实上, 根据文献 [14] 中的推导, 分裂波束系统时延估计的克拉美-罗下界是

$$\Delta\tau_{\min} = \left(\frac{3}{8\pi^2 T}\right)^{1/2} \frac{1}{(SNR)_{in}} \cdot \frac{1}{\sqrt{f_2^3 - f_1^3}}, \quad (7)$$

式中,  $T$  为积分时间;  $(SNR)_{in}$  为输入信噪比,  $f_1$  和  $f_2$  为工作频段. 若以  $f_{rms}$  表示信号频率的几何平均值 ( $f_{rms} = \sqrt{f_1 f_2}$ ),  $W$  表示带宽, 那么式 (7) 又可以表达为

$$(\Delta\tau)_{\min} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2TW}} f_{rms}^{-1} (SNR)_{in}^{-1}. \quad (8)$$

这就是文献 [8] 中最近提到的结果.

对线阵或圆阵,  $(CA)_{opt}$  和  $(\Delta\tau)_{\min}$  的关系是不难求出的<sup>[14]</sup>. 对长为  $L$  的线阵 (或  $Nd=L$ ):

$$\begin{aligned} (CA)_{opt} &= \frac{2(\Delta\tau)_{\min} C}{L} \\ &= \frac{C}{L\pi} \frac{1}{\sqrt{2TW}} \frac{1}{f_{rms}} \frac{1}{(SNR)_{in}}. \end{aligned} \quad (9)$$

对半径为  $r$  的圆阵:

$$\begin{aligned} (CA)_{opt} &= \frac{\pi(\Delta\tau)_{\min} C}{4r} \\ &= \frac{C}{8r} \frac{1}{\sqrt{2TW}} \frac{1}{f_{rms}} \frac{1}{(SNR)_{in}}. \end{aligned} \quad (10)$$

由式 (9) 和 (10) 可看到, 定向精度与输入信噪比、基阵孔径、频率等有关.

举例来说, 线阵的波束宽度 (3dB 点宽度) 是  $BW_{li} = 0.88C/L \cdot f_{rms}$ , 若  $TW = 500$ ,  $(SNR)_{in} = 1$ , 则由式 (9) 可知

$$(CA)_{opt} \approx \frac{1}{80} BW_{li}. \quad (11)$$

同样条件下, 对圆阵而言  $BW_{ci} = 1.12C/\pi r f_{rms}$ , 于是由式 (10) 可得到

$$(CA)_{opt} \approx \frac{1}{80} BW_{ci}. \quad (12)$$

有趣的是式 (11) 和 (12) 的形式完全一样. 图 2 给出定向精度与  $(SNR)_{in}$  的关系. 由此可以根据指向性函数主瓣的宽度大致确定最佳定向精度, 例如, 如果波束宽度为  $10^\circ$ , 那么在信噪比为 0dB 时, 定向精度大约是  $(1/80) * 10^\circ \approx 0.125^\circ$ .

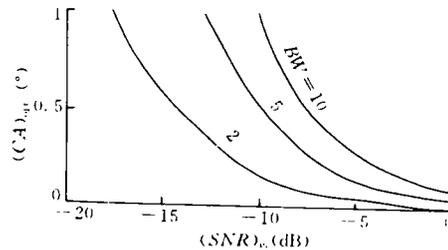


图2 定向精度和  $(SNR)_{in}$  的关系

### 3 多目标分辨力

最简单的多目标情况就是两个目标, 图1b 是这种情况的示意图.  $DA$  为两个目标在空间相夹的角. 如果是几个目标同时以很小的  $DA$  出现, 那么情况会非常复杂, 但我们下面给出的处理方法可以把多于两个目标的情况逐步化简为双目标的情况. 在本节我们只讨论双目标的情况.

设单目标时的指向性函数在主瓣附近的形状为  $f(x) = 1 - \alpha x^2$ , 令  $f(x) = \sqrt{2}/2 = 0.707$ , 便可确定波束3dB点的宽度:

$$BW = \left( \frac{2 - \sqrt{2}}{2\alpha} \right)^{1/2}. \quad (13)$$

讨论声呐系统的多目标分辨力, 就是要确定在两个信号源强比  $SB:SA$  在一定值的条件下, 最小可分辨的  $DA$  值究竟有多大?  $DA$  与  $BW$  有什么关系? 为此, 先要说明什么是可分辨? 我们定义当图1b中的谷点为  $-3\text{dB}$  时, 称为两个目标为可分辨. 当  $SB:SA \neq 1$  时, 我们限定谷点要与  $SA$ 、 $SB$  中较小的那个源强相比.

现在假定在  $x_0$  处出现另一目标, 目标源强比是  $SB:SA = \gamma$ , 在目标  $A$  方向  $f(x) = 1 - \alpha x^2$ , 在  $B$  方向  $g(x) = f(x - x_0) = 1 - \alpha(x - x_0)^2$ , 合成指向性是

$$h(x) = [f^2(x) + \gamma^2 g^2(x)]^{1/2}. \quad (14)$$

当  $\gamma = 1$  时, 合成指向性的谷点出现在  $h(x_0/2)$  处, 这是显然的, 但当  $\gamma \neq 1$  时, 谷点的位置必须具体计算.

我们以  $BW$  为参考量, 把  $x_0$  和  $x$  都以  $BW$  来归一, 计算的结果如图3所示. 对两个等强度目标 ( $SB:SA = 0\text{dB}$ ), 可区分的  $DA$  大约是  $1.3BW$ ; 当  $SB:SA \neq 0\text{dB}$  时, 谷点会向源强较弱的方向偏移 (图3b). 图中的横坐标为  $a = x/0.5 \cdot BW$ ,  $x_0 = DA/0.5 \cdot BW$ .

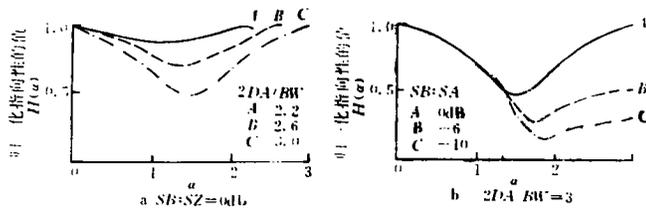


图3 多目标分辨力

## 4 计算实例

为了验证上几节推导的理论结果, 我们进行了计算机模拟实验, 同时又以圆阵为例计算了声呐系统的指向性函数. 对单目标定向和双目标分辨都进行了大量的测试, 效果是令人满意的.

我们选择一个直径2m、基元数为48的均匀离散圆阵, 工作基元由  $2 \times 10$  的扇面 (即  $360^\circ/48 \times 20 = 150^\circ$ ) 组成.

在频率为4kHz时, 主瓣宽度为  $BW = 6^\circ$ , 在输入信噪化  $(SNR)_m = -5\text{dB}$  时, 用分裂波束进行定向. 模拟结果见表1. 信号入射角为  $\theta = 15^\circ$ . 10次测量的平均值为  $14.9525^\circ$ , 均方误差为  $[E(\hat{\theta} - \theta)^2]^{1/2} = 0.35^\circ$ .

这种情况下的理论值可由图2求出, 大约是  $0.28^\circ$ .

图4和5给出了一系列双目标时的计算结果, 对单频信号,  $BW = 6^\circ$ ; 对等强度目标最佳分辨力是  $8^\circ = 1.33BW$ . 如果  $SB:SA = -6\text{dB}$ , 最佳分辨力是  $10^\circ = 1.66BW$ ; 当  $SB:SA = -20\text{dB}$ , 事实上已难于分清两个目标了 (图4b~e).

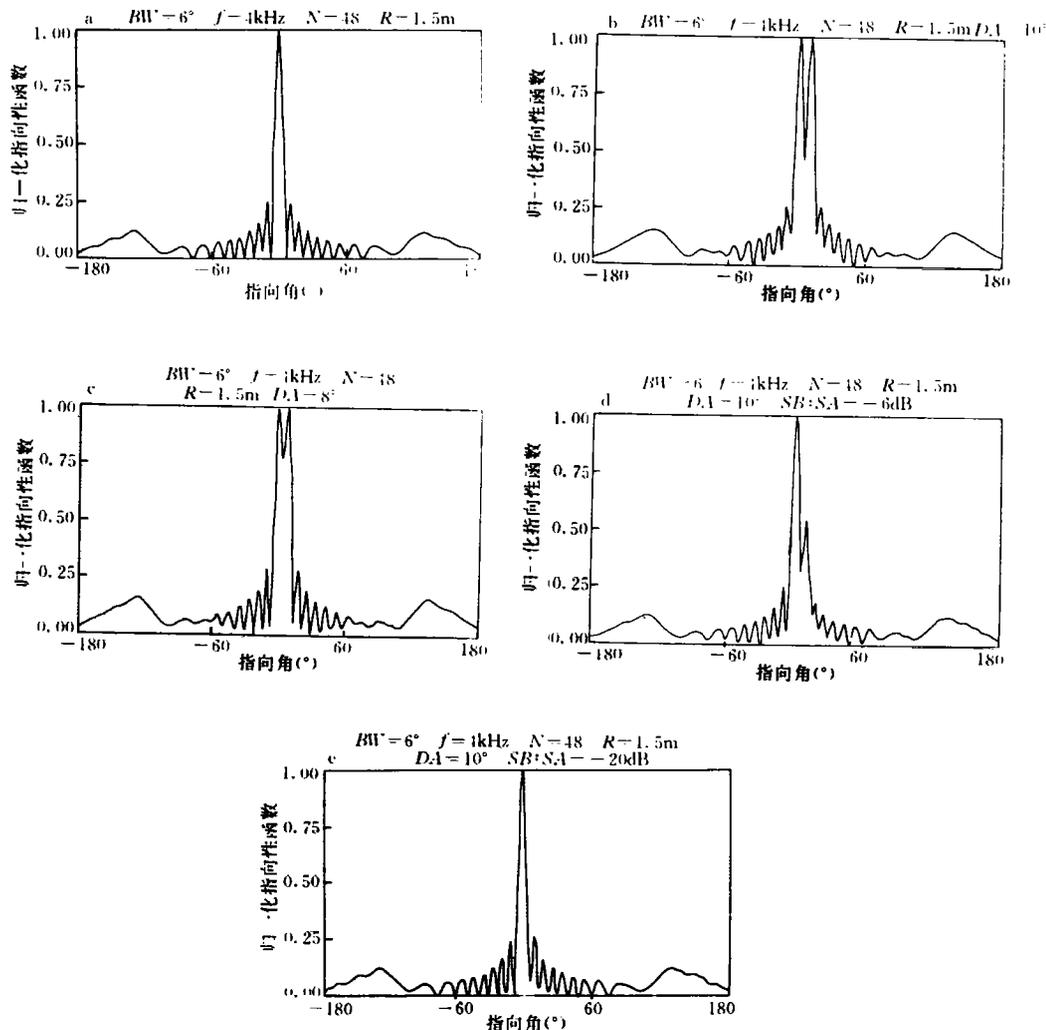


图4 圆阵指向性 (单频信号)

表1 精确定向 (°) 结果

DOA = 15°			(SNR) <sub>in</sub> = -5dB	
15.034 5	15.029 8	14.786 8	14.765 4	14.899 0
15.810 2	14.342 1	15.012 3	14.812 2	15.033 0

对宽带信号, 情况完全类似. 图5a 是1.25~6.30kHz 的宽带信号的指向性, 波束宽度为  $BW = 15.5^\circ$ . 实际可分辨的  $DA = 20^\circ = 1.29BW$ .

实际的计算证实了理论推导, 这些结果对声呐设计具有重要的指导意义.

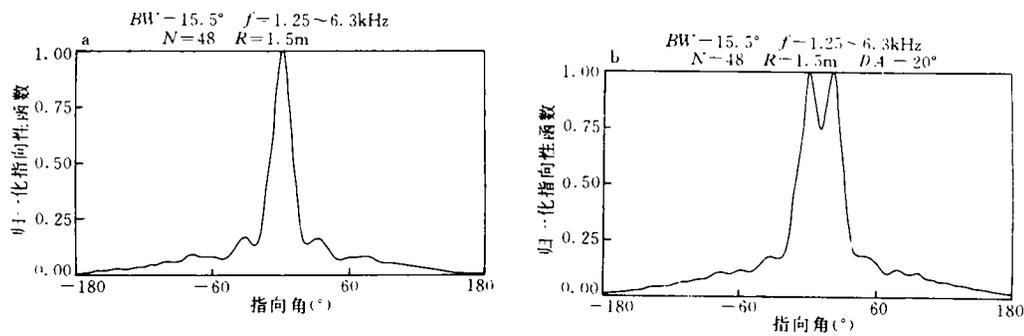


图5 圆阵指向性 (宽带信号)

## 参考文献

- 1 Horton J W. Fundamentals of Sonar. V. S. Naval Inst., California, USA, 1959
- 2 Urick R J. Principles of Underwater Sound. 3rd ed. McGraw-Hill, New York, 1983
- 3 Burdic W S. Underwater Acoustic System Analysis. Prentice-Hall, New York, USA, 1984
- 4 Albers V M. Underwater Acoustics Handbook - 1, I. The Penstate Univ. Press, Pennsylvania, USA, 1965
- 5 Horton C W. Signal Processing of Underwater Acoustic Waves. Gov. Printing Office, USA, 1969
- 6 Van Vee B D, K M Buckley. Beam-forming: a versatile approach to spatial filtering. IEEE ASSP Magazine, 1988, 5 (2): 4~24
- 7 Reddy V U *et al.* Performance analysis of optimum beam-former in the presence of correlated sources and its behavior under spatial smoothing. IEEE Trans. ASSP, 1987, 35, 927~936
- 8 Carter C G, R E Robinson. Ocean effects on time delay estimation requiring adaption. IEEE J. Oceanic Engr., 1993, 18, 367~378
- 9 Hahn W R. Optimum signal processing for passive sonar range and bearing estimation. J. Acoust. Soc. Am., 1975, 58, 201~207
- 10 Kumaresan R, D Tufts. Estimating the angles of arriva of multiple plane waves. IEEE Trans. AES, 1983, 19(1): 134~139
- 11 Weinstein E. Optimal source localization and tracking. IEEE Trans. ASSP, 1982, 30(1): 69~76
- 12 Raddi S S. Multiple source location—a digital approach. IEEE Trans. AES, 1979, 15, 95~105
- 13 Hinich M J, M C Bloom. Statistical approach to passive target tracking. J. Acoust. Soc. Am., 1981, 69, 738~743
- 14 李启虎. 声呐信号处理引论. 北京: 海洋出版社, 1985