

作用于小尺度方柱上的正向波浪力*

李 玉 成 何 明

(大连理工大学土木系海动研究室)

摘 要 基于扩展的 Morison 方程和实验研究, 深入分析了方柱在波浪(规则波及随机波)与水流场中的正向力受力特性, 并对其水动力系数 C_d 及 C_m 随 KC 数和方柱迎浪方向变化的关系进行了详细的探讨, 有关成果对工程实际有参考价值.

关键词 方柱 波浪力

前 言

在我国港口工程的桩基结构中, 方形桩得到广泛应用, 在新一代的半潜式平台和张力腿平台的壳体和腿柱也常呈方形. 迄今人们对小尺度构件的研究基本上集中于圆形截面体, 对于方形截面则甚少研究^[1~3], 因而方柱上波流力的研究具有重要的实际工程价值. 方桩具有棱角, 分离点位于棱角处, 当正向迎浪流时, 水流挑向二侧, 涡漩离柱较远; 而当斜向迎浪流时, 水流沿二斜面挑出, 涡漩对柱的力影响较大, 这种绕流现象富有典型性, 明显不同于圆柱. 通过方柱波浪水流力的研究, 将有助于更深入地探讨小尺度柱体上的绕流机理, 它在理论上具有重要意义. 本文旨在对方柱在波浪(规则波与随机波)和水流作用下, 正向力的受力特征和正向力系数的变化规律进行具体的分析和研究, 以期能为实际工程应用提供依据和参考, 并丰富方柱的研究成果.

1 分析方法

迄今, 对于小尺度构件波浪力的实用方法仍是 Morison 方程. 在波浪与水流共存时, 扩展的 Morison 方程的表达式表示为作用于单位长柱体上的波流力 f 由下式计算:

$$f = \frac{1}{2} \rho C_d D (U_w + U_c) |U_w + U_c| + \rho C_m S \dot{U}, \quad (1)$$

式中, ρ 为水的密度; C_d 及 C_m 分别为速度力及惯性力系数; D 为柱体迎浪面宽度; U_w 为波浪水质点速度; U_c 为水流速度; S 为柱体的横截面面积; \dot{U} 为波浪水质点加速度.

本文于1993-11-29收到, 修改稿于1994-05-03收到.

* 本文为国家自然科学基金资助项目的部分成果.

众所周知, U_w 及 \dot{U} 值取决于所采用的波浪理论, 而 C_d 及 C_m 值则既与所用波浪理论有关, 又与资料分析方法有关. 在文献 [4] 中, 笔者针对方柱问题对此进行了专题分析与讨论. 其结果是波浪理论选用线性波理论, 既简单且结果也更好. 分析方法在时域中以最小二乘法 (LSM) 为佳, 在频域中以修正互谱法为好. 笔者曾指出^[5,6], 在进行上述计算中, 波要素应取为有流情况下的波尺度. 此时, 在进行质点速度及加速度计算时应取波浪相对于水流的周期 T_r , 而不是它的绝对周期 T . 它们之间的关系是

$$\frac{2\pi}{T_r} = \frac{2\pi}{T} - \frac{2\pi U_c}{L}, \quad (2)$$

当有实测资料时, 利用最小二乘法分析 C_d 及 C_m 的过程如下: 将 Morison 方程沿水深积分, 可得总力

$$F_c = \int f dz, \quad (3)$$

F_c 可以写为

$$F_c = C_d X(t) + C_m Y(t), \quad (4)$$

式中,

$$X(t) = 0.5\rho D \int (U_c + U_w) |U_w + U_c| dz, \quad (5)$$

$$Y(t) = \rho S \int \dot{U} dz, \quad (6)$$

下标 c 表示计算值, 设已知实测总力为 $F_m(t)$, 则 F_c 与 F_m 的误差平方和为

$$Q = \sum_{i=1}^N [F_c(i) - F_m(i)]^2 = \sum_{i=1}^N [C_d X(i) + C_m Y(i) - F_m(i)]^2, \quad (7)$$

式中, N 为实测点总个数; i 表示第 i 时刻值. 为使 Q 最小, 应使 $\partial Q / \partial C_d = 0$ 及 $\partial Q / \partial C_m = 0$, 由此得:

$$\left. \begin{aligned} A_1 C_d + A_2 C_m &= A_4 \\ A_2 C_d + A_3 C_m &= A_5 \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \sum X^2(i) \\ A_2 &= \sum X(i)Y(i) \\ A_3 &= \sum Y^2(i) \\ A_4 &= \sum F_m(i)X(i) \\ A_5 &= \sum F_m(i)Y(i) \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

求解即可得:

$$C_d = \frac{\begin{vmatrix} A_4 & A_2 \\ A_5 & A_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & A_2 \\ A_2 & A_3 \end{vmatrix}}, \quad C_m = \frac{\begin{vmatrix} A_1 & A_4 \\ A_2 & A_5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & A_2 \\ A_2 & A_3 \end{vmatrix}}. \quad (10)$$

修正互谱法^[7]认为, 水动力系数 C_d 及 C_m 值对某一谱而言不仅沿水深不变, 而且在不同频域上也被视为常数, 则波力对波面的互谱密度函数为

$$\begin{aligned} S_{\eta F}(\omega i) &= \Phi_D \int A(r) \sigma_U S_{\eta U}(\omega i) dz + i \Phi_m \int S_{\eta j}(\omega i) dz \\ &= \Phi_D R_U(\omega i) + i \Phi_m I_A(\omega i), \end{aligned} \quad (11)$$

式中,

$$\Phi_D = 0.5 C_d \rho D, \quad \Phi_m = C_m \rho S, \quad A(r) = 4[Y(r) + rP(r)], \quad r = \frac{U_c}{\sigma_U},$$

$$\sigma_U = \int_0^{\infty} S_{UU}(\omega) d\omega, \quad Y(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}r^2\right),$$

$$P(r) = \int_0^r Y(x) dx,$$

ω_r 为相对波频. 速度谱密度函数为

$$S_{UU}(\omega) = \omega_r^2 R^2(z) S_{\eta\eta}(\omega), \quad R(z) = \frac{\cosh kz}{\sinh kz}, \quad S_{\eta\eta} \text{ 为波面谱,}$$

$$S_{\eta U}(\omega) = \omega_r R(z) S_{\eta\eta}(\omega), \quad S_{\eta j}(\omega) = \omega_r^2 R(z) S_{\eta\eta}(\omega).$$

实测的波流力与波面间的互谱为

$$S_{\eta F}^m(\omega i) = C_{\eta F}^m(\omega i) - i Q_{\eta F}^m(\omega i), \quad (12)$$

实测 $S_{\eta F}^m$ 与计算 $S_{\eta F}$ 间误差的平方和 Q_{Δ} 为

$$Q_{\Delta} = \sum_i [S_{\eta F}(\omega i) - S_{\eta F}^m(\omega i)]^2. \quad (13)$$

由最小二乘法, 当 $Q_0 \rightarrow \min$ 可求得 Φ_d 及 Φ_m 或 C_d 及 C_m 为:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_D &= \frac{\sum_i R_U(\omega i) C_{\eta F}^m(\omega i)}{\sum_i R_U^2(\omega i)} \\ \varphi_M &= \frac{\sum_i I_A(\omega i) Q_{\eta F}^M(\omega i)}{\sum_i I_A^2(\omega i)} \end{aligned} \right\}, \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} C_d &= \Phi_d / 0.5 \rho D \\ C_m &= \Phi_m / \rho S \end{aligned} \right\}, \quad (15)$$

通常认为水动力系数 C_d 及 C_m 与 KC 数相关, 在波浪与水流共存场内 KC 数应如何定义? 笔者^[6,8]指出, 在纯波浪场内常用的 KC 数定义为 $KC = U_m T / D$ (U_m 为水质点最大水平速度), 在波浪场中难以确切表述流场特征, 而应取下述定义:

$$KC = \frac{\pi S}{D}, \quad (16)$$

式中, S 表示在一个波周期中在一个方向上水质点的最大位移值; D 为柱体的迎浪宽度. 在波流场中 S 应取顺流方向的最大位移值. 这一定义在纯波场内与 $U_m T / D$ 完全等价, 在物理意义上也使纯波场与波流场的物理量相互协调一致, 并可说明柱体周围的流场特性. 经过演算式(16)可改写为

最后得到的拟合结果，主要包括显著周期信号的周期及其对应的振幅、迟角、线性趋势项、复相关系数和标准偏差等。

3 实例

图2为两个站月平均水位二阶谱分析结果。计算中有重叠部分的段数 $L=20$ ，置信水平为95%，对应显著相关的置信限为 $6/\nu=0.20$ 。图中仅标出 $\bar{r}^2(f_{k_1}, f_{k_2}) \geq 0.15$ 的值，由图可见约为1a左右的周期信号与其他周期信号之间、低频与高频信号之间的 $\bar{r}^2(f_{k_1}, f_{k_2})$ 均超过置信限。这说明在水位序列周期分析中应采用考虑非线性效应的混合谱周期分析方法；否则如通常的作法那样，即仅进行一次谱分析检验显著周期不但有可能选入由谱的主峰边瓣等引起的伪周期，还可能选入相位显著相关的准周期，从而抑制其他显著周期的存在。

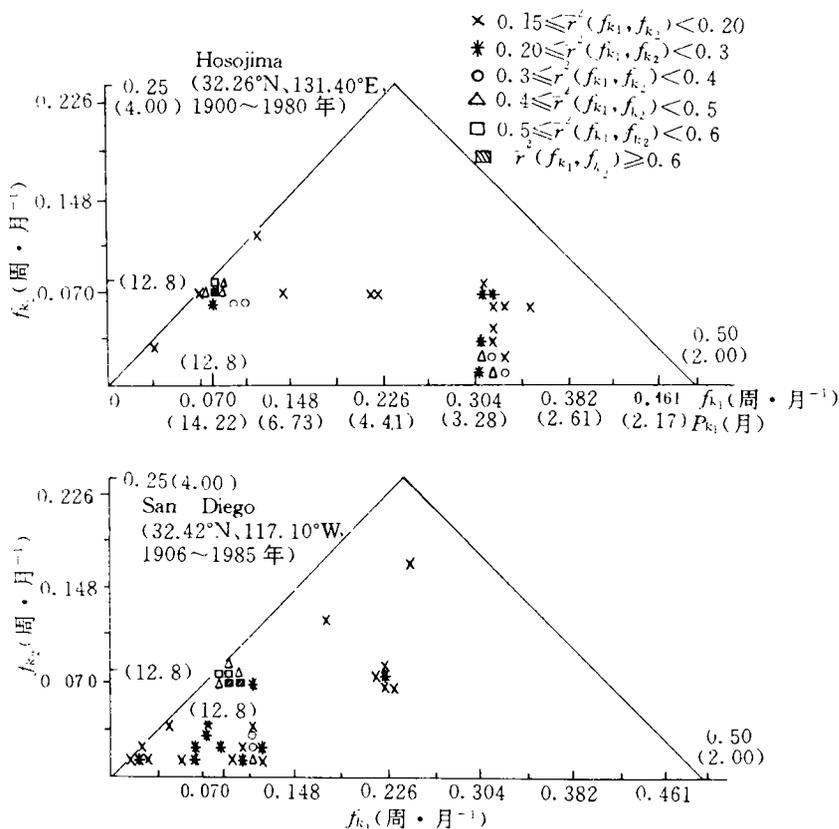


图2 双阶凝聚谱平方 $\bar{r}^2(f_{k_1}, f_{k_2})$ 估计

表1为根据混合谱周期分析检验方法得到的上述水位站的显著振动周期及根据式(8)用它们拟合出的对应振幅、迟角、线性趋势项、复相关系数和标准偏差。周期的排列顺序与逐次进行最大熵谱估计、周期显著性检验和滤波的次序一致。计算中最大熵谱的阶数 $M=N/3$ ，

3 成果与分析

表 1

	规则波	随机波
Re	$1.07 \times 10^4 \sim 5.33 \times 10^4$	$0.75 \times 10^4 \sim 3.4 \times 10^4$
KC	正向迎浪	8.3~57.6
	斜向45°迎浪	6.0~40.6
d/L	0.15~0.35	0.11~0.20
H/L	0.02~0.12	0.015~0.03
U_c/L	-0.12~+0.084	0.00~+0.076

3.1 规则波条件下的结果

3.1.1 速度力及惯性力系数

笔者在文献 [4] 中详细比较了采用线性波理论和二阶波理论的差别，比较了资料分析采用瞬时值法 (PVM)、最小二乘法

(LSM)、加权最小二乘法 (WLSM) 和力加相位法 (FPM) 的差别，结论是波浪理论以取线性波为宜，资料分析方法以取最小二乘法为佳。在此分列了二阶波最小二乘法和线性波最小二乘法所得速度力系数 C_d 及惯性力系数 C_m 与 KC 数的相关关系，如图2及3所示。由图2可见，由二阶理论分析所得的速度力系数无论方柱正向迎浪或斜向迎浪时顺流与逆流，顺流与纯波的结果均不相同，而惯性力系数与 KC 数的相关性也较离散；而由图3可见，速度力系数与 KC 数在不同情况呈单一相关性，惯性力系数与 KC 数相关性也相对较好。所以，本文推荐采用图3的结果，即采用线性波理论，既简单又实用。

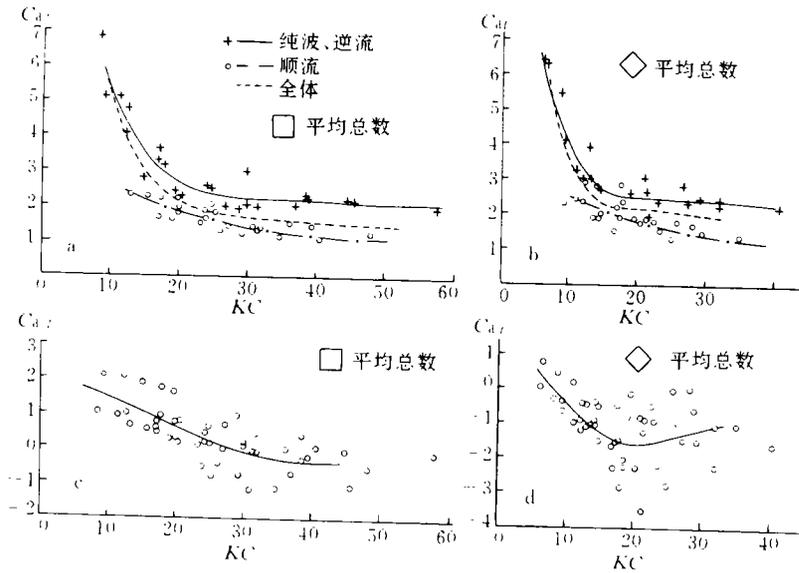


图 2

a, b. 最小二乘法 C_d (二阶波), c, d. 最小二乘法 C_m (二阶波)

由图3的水动力系数值计算对方柱的作用力的最大值并与实验值比较，结果大体上可以接受，如表2及3所示。计算的力过程线与实测力过程线的比较结果也是较好的，如图4所示。

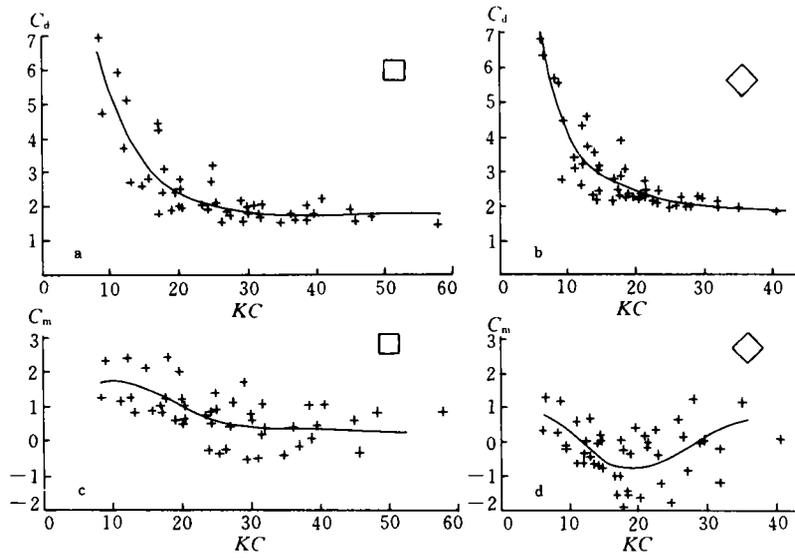
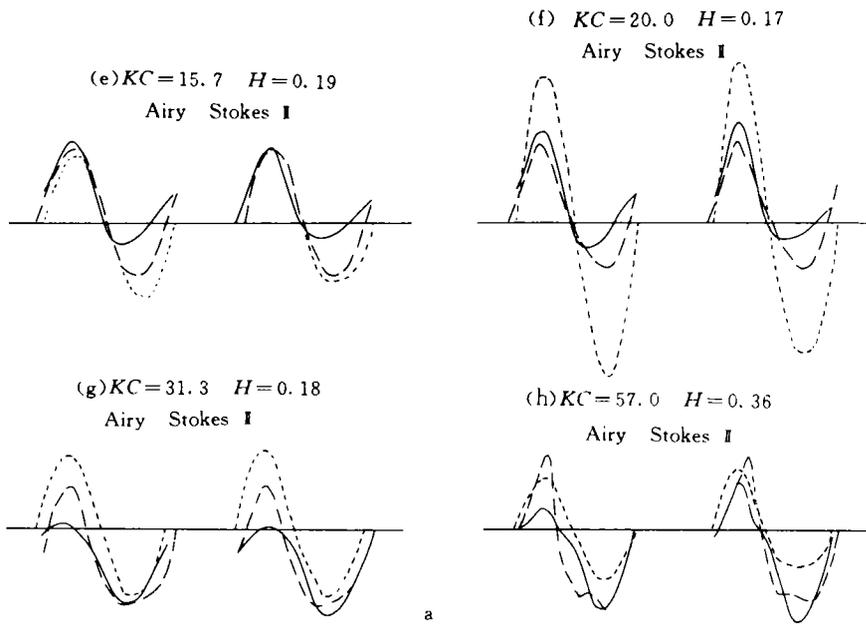


图 3

a、b. 最小二乘法 C_d (线性波) c、d. 最小二乘法 C_m (线性波)



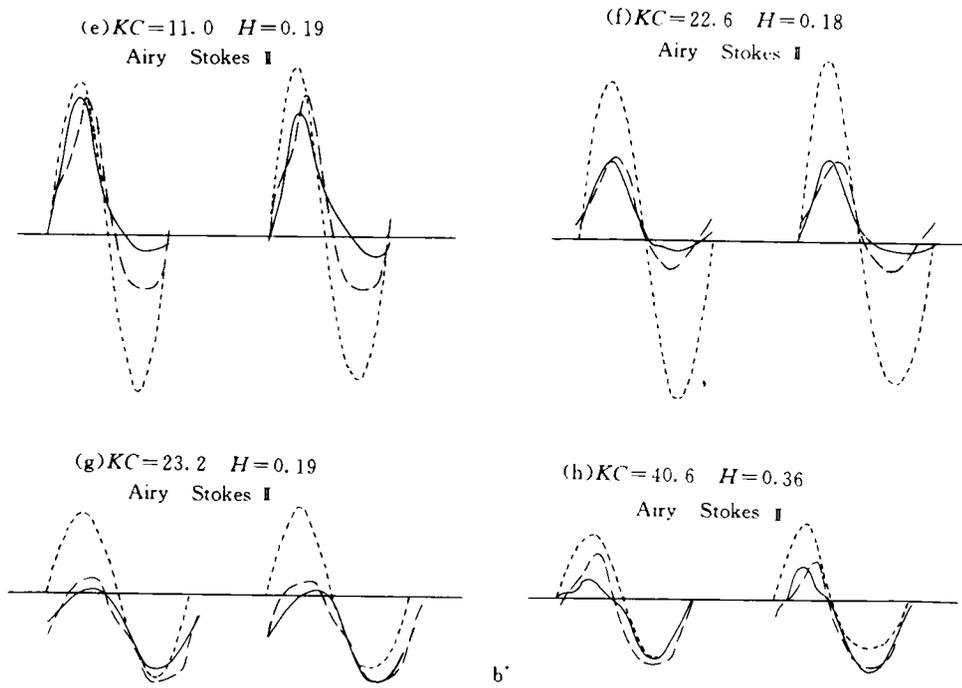


图 4

a. 正向迎浪力过程线比较, b. 斜向45°迎浪力过程线比较
——计算值 ——实测值 ----波面

表2 方柱正向迎浪时最大力值比较

KC	实测值 (kg)	计算值 (kg)	误差(%)	KC	实测值 (kg)	计算值 (kg)	误差(%)
12.6	0.39	0.41	+5	15.7	1.05	1.06	+1
25.0	1.02	0.87	-15	20.0	1.12	1.19	+6
14.9	0.38	0.37	-3	34.8	0.85	0.84	-1
19.4	0.50	0.47	-6	23.3	1.90	1.68	-12
28.6	0.80	0.81	+1	47.8	1.50	1.35	-10
8.3	0.83	0.83	0	31.4	0.58	0.52	-10
11.2	1.20	1.26	+5	20.4	1.00	1.14	+14
16.9	2.00	2.08	+4	27.2	0.92	1.06	+15
9.0	0.78	0.87	+12	45.3	0.85	0.81	-5
12.2	1.20	1.28	+7	57.0	1.10	1.11	+1
24.1	0.52	0.50	-4	38.0	1.54	1.73	-12

平均的绝对误差为6.8%。

表3 方柱45°斜向迎浪时最大力值比较

KC	实测值 (kg)	计算值 (kg)	误差(%)	KC	实测值 (kg)	计算值 (kg)	误差(%)
9.3	0.60	0.56	-7	17.4	1.00	0.99	-1
18.4	1.50	1.51	+1	11.1	1.77	1.64	-7
11.0	0.55	0.58	+5	22.6	1.03	1.08	+5
14.4	0.75	0.76	+1	16.8	3.20	3.56	+11
21.4	1.50	1.44	-4	35.0	2.31	2.27	-2
6.0	1.20	1.15	-4	21.7	4.00	4.00	0
8.1	2.00	1.89	-6	23.1	0.85	0.88	+4
12.0	3.61	3.32	-8	28.8	1.11	1.01	-9
6.5	1.35	1.31	-3	18.8	1.80	1.79	-1
8.6	2.02	1.95	-3	40.5	1.85	1.84	-1
13.1	3.54	3.33	-6	26.5	3.50	3.10	-11

平均绝对误差为4.5%.

3.1.2 总力系数 C_F

将作用力全部视为速度力, 可求得总力系数 C_F . 取最大力 F_{\max} 时可求得最大总力系数 $C_{F_{\max}}$; 取均方根 F_{rms} 时, 可求得均方根力系数 $C_{F_{\text{rms}}}$. 它们分别为:

$$C_{F_{\max}} = \frac{F_{\max}}{2} \rho D U_m^2, \quad (20)$$

$$C_{F_{\text{rms}}} = \frac{F_{\text{rms}}}{2} \rho D U_m^2, \quad (21)$$

式中, F_{\max} 为每个波周期中力的最大值; F_{rms} 为波周期中力的均方根值 $(\sum_{i=1}^N F_i^2 / N)^{1/2}$; U_m 为波动水质点最大水平速度的垂线平均值 \bar{U}_m 与水流 U_c 之和, 即 $U_m = \bar{U}_m + U_c$.

根据观测资料分析可得 $C_{F_{\max}}$ 及 $C_{F_{\text{rms}}}$ 分别与 KC 数的相关关系, 如图5及6所示. 由图可见, 该两力系数和 KC 数的相关性是相当好的.

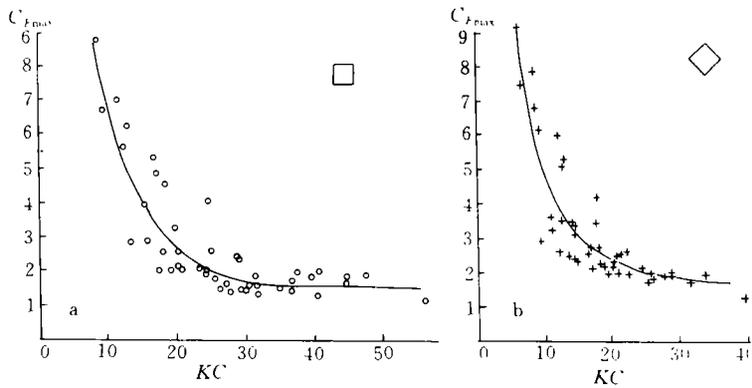


图5 正向力最大力系数

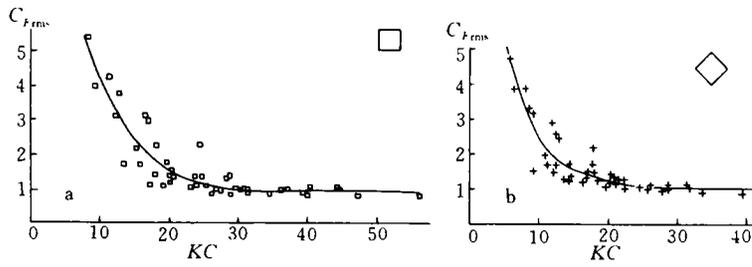


图6 正向力均方值系数

3.2 随机波条件下的结果

3.2.1 时域结果

将波流力时间序列过程利用最小二乘法拟合，所得水动力系数 C_d 及 C_m 与 KC 数的相关关系如图7及8所示。由该二图可见，时域过程中分析所得 C_d 及 C_m 与 KC 数的相关关系相当好，优于规则波的结果。

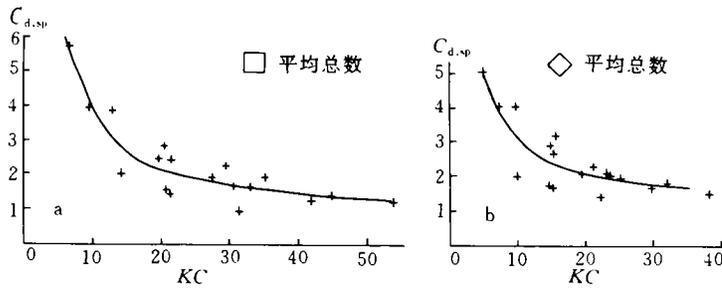


图7 不规则波时域结果 C_d

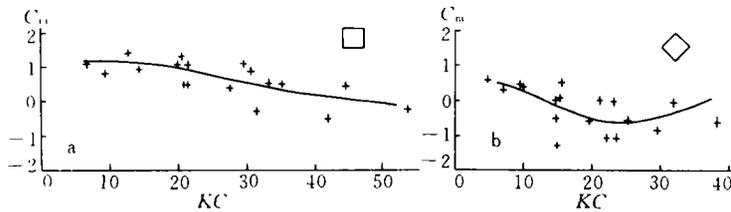
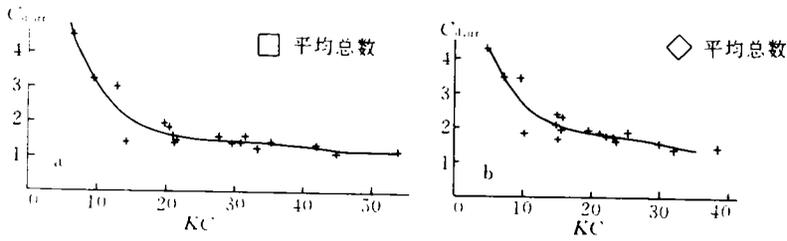
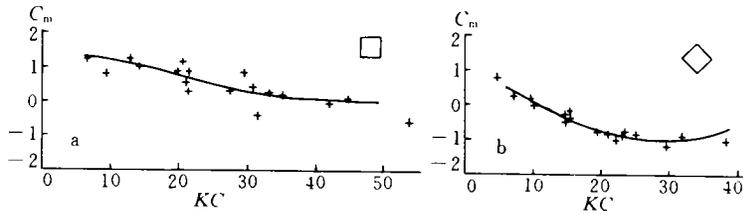


图8 不规则波时域结果 C_m

3.2.2 频域结果

利用修正互谱法对波流力实测结果在频域中进行分析，所得水动力系数 C_d 及 C_m 与 KC 数的相关关系如图9及10所示。由图可见，频域内 C_d 及 C_m 与 KC 数的相关性也较好，也好于规则波时的相关性。

比较随机波条件下时域与频域的结果可以发现：

图9 不规则波频域结果 C_d 图10 不规则波频域结果 C_m

(1) 对速度力系数 C_d 而言, 时域内 C_d 与 KC 数的相关性好于频域内相应结果; 在数值上频域内 C_d 值略大于时域内相应值, 一般约相差 0.2~0.5, KC 数愈小, 两者差愈大。

(2) 对惯性力系数 C_m 而言, 频域内 C_m 与 KC 数的相关性好于时域内的相应结果; 在数值上正向迎浪的结果比较接近, 45°斜向迎浪时 时域内结果略大, KC 数愈大, 两者差别也愈大。

3.3 规则波结果与随机波结果的比较

将规则波的图3结果与随机波时域内的图7和8结果相比较, 绘成图11及12. 由图11可见, 随机波条件下的 C_d 值均小于规则波时的相应值, 但 C_d 随 KC 数的变化趋势是一致的. 由图12可见, 随机波条件下 C_m 随 KC 数的变化更趋于平缓, 两种条件下的相应值比较接近。

3.4 柱的方向影响及与圆柱的比较

方柱的特点是有方向性和明确的绕流分离点, 所以方向不同时绕流特性不同, 因而水动力系数也不同. 本文选择两个典型方向——正向迎浪及45°斜向迎浪——来探讨其方向影响. 作为比较, 也同时将圆柱结果并列, 如图13所示. 由图可见, 柱的方向影响的结果大体是: (1) 当 $KC < 18$, 正向迎浪时 C_d 值大于45°斜向时的值; 当 $KC > 18$ 时, 则45°斜向浪时的 C_d 值大于正向时值. (2) 一般地说, 正向迎浪时的 C_m 大于45°斜浪时值. 正向迎浪时 C_m 随 KC 数的变化较平缓, 基本上随 KC 数的增大微微下降; 45°斜浪时 C_m 随 KC 数的变化很剧烈, 当 $KC > 18$ 时, C_m 随 KC 数的增加而减少, 到 $KC = 18$ 时, 达最小值, 而后随 KC 数的增大而迅速变大。

方柱和圆柱相比, 它们的水动力系数的变化具有如下特点: 首先, 由于方柱存在棱角, 因此即使 KC 数很小, 也会的产生涡和发生涡脱落现象; 对圆柱而言, KC 数很小时由于不发生

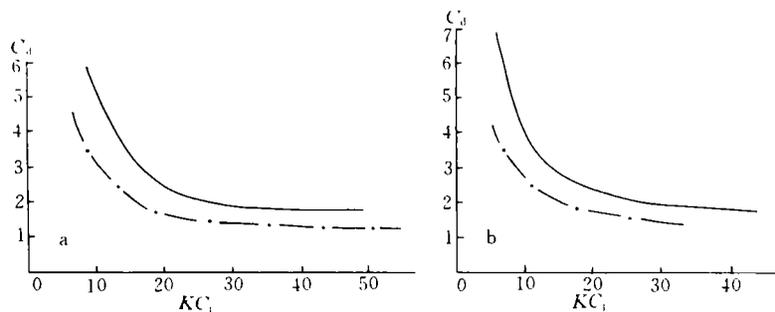


图11 规则波和不规则波 C_d 比较

— 规则波 -·- 不规则波

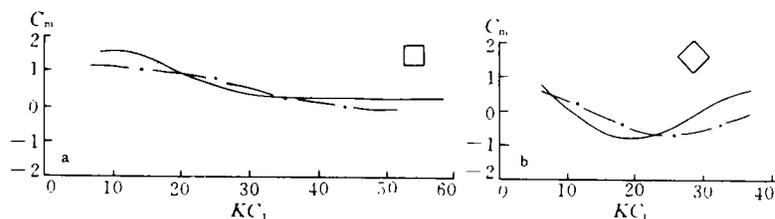


图12 规则波和不规则波 C_m 比较

— 规则波 -·- 不规则波

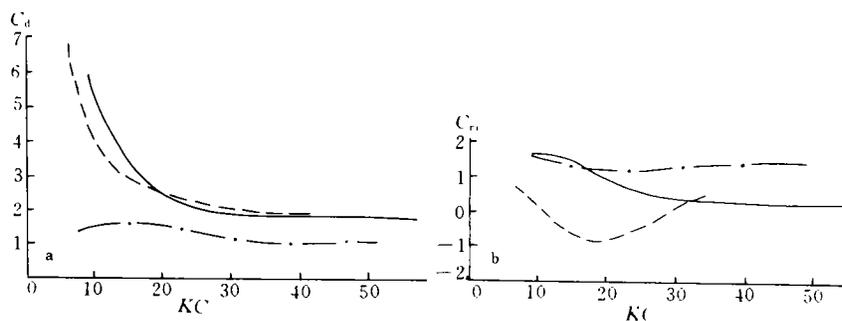


图13 柱体形式的比较

— 方柱正向迎浪 --- 方柱45°迎浪 -·- 圆柱

涡及涡脱落现象，阻力系数很小，而对方柱则在小 KC 数时仍然有相当大的阻力系数。从总体上看，方柱（无论其方向角）的阻力系数大于圆柱时的值，并导致其惯性力系数一般地小于圆柱时的相应值。值得指出的是，方柱正向和斜向45°迎浪时水动力系数 C_d 及 C_m 的变化比较复杂，有时正向时大，有时斜向时大。但对方柱上的总力而言，由于斜向45°时其迎浪面的柱宽为正向迎浪时柱宽的 $\sqrt{2}$ 倍，则整个柱上的受力在波浪水流条件不变时都是斜向45°迎浪时为大，比值一般超过 $\sqrt{2}$ （见图14）。这在工程设计中应予注意。

3.5 本文结果与 Bearman^[2]成果的比较

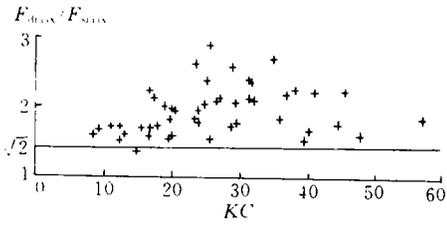


图14 45°迎浪正向力 F_d 与正向迎浪正向力 F_s 之比 (F_{max})

这是由于 Bearman 是在振荡流条件测得的, 本文则是在波动条件下的结果. 显然, 当 KC 数较大时, 这两种流态对力的影响甚小; 而当 KC 数较小时, 波动流状态下的涡流结构将强于振荡流情况, 因而具有更大的 C_d 值.

Bearman^[2]在振荡流条件下通过实验分析分别得到速度力系数 C_d 、惯性力系数 C_m 及总力系数 C_{Frms} 与 KC 数的相关成果. 图 15、16及17为 Bearman 成果与本文结果的比较.

由图15可见, 当 KC 数较大时, Bearman 所得的 C_d 值与本文结果非常接近; 当 KC 数小于30时, Baerman 的 C_d 值小于本文结果.

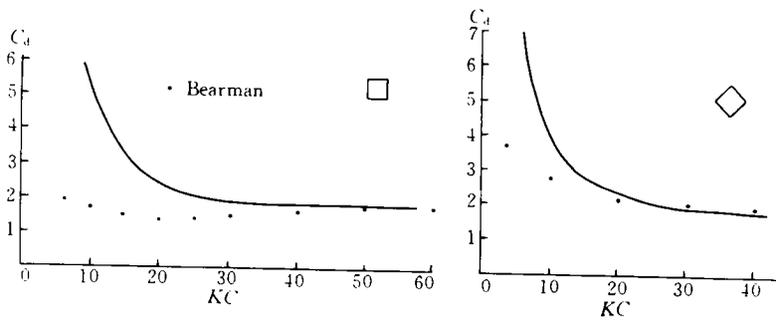


图15 与 Bearman 振荡流中比较 C_d

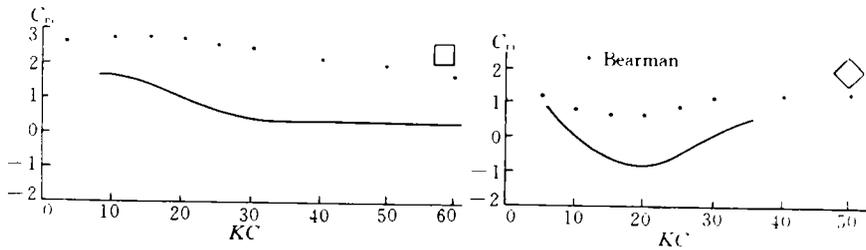
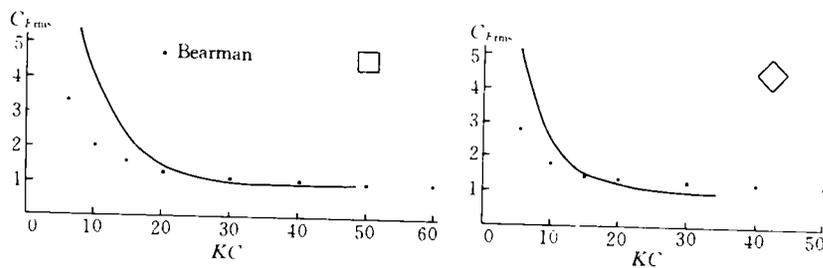


图16 与 Bearman 振荡流中比较 C_m

由图17可见, Bearman 所得 C_{Frms} 值与本文结果的比较和 C_d 值的情况十分相似, 其原因也相似.

由图16可见, Bearman 所得 C_m 值一般均大于本文所得值. 究其原因是波动条件的涡结构将比振荡流条件下的涡结构更为复杂和强烈, 它起着增大阻力系数而减少惯性力系数的作用.

本文结果与 Bearman 振荡流成果的比较, 从另一个侧面反映本文结果无论在定性和定量上都是合理可信的.

图17 与 Bearman 比较 $C_{F rms}$

4 结论

1. 由于方柱外形有棱角，其绕流特性与圆柱体有明显差别，并有显著方向性。由于方柱周围涡结构的发展强于圆柱截面，方柱（无论其方向性）的阻力系数大于圆柱的相应值，而方柱的惯性力系数则一般小于圆柱体的相应值。

2. 作用于方柱上的波流过程可以用扩展的 Morison 方程进行计算，其水动力系数 C_d 及 C_m 与 KC 数相关性很好。波流力的极值也可用总力计算法计算，总力系数 C_F 与 KC 数也有很好的相关性。方柱迎浪角不同时， C_d 、 C_m 及 C_F 具有不同的数值。

3. 本文分别给出了方柱正向及斜向 45° 迎浪时规则波及随机波（时域及频域）条件下速度力系数 C_d 、惯性力系数 C_m 及总力系数 C_F 与 KC 数的相关图，可供实际工程应用参考。

4. 随机波条件下（时域结果）的 C_d 值均小于规则波时的相应值，但两种情况下 C_d 随 KC 数变化的趋势完全类同。对于 C_m 值，随机波条件下 C_m 随 KC 数的变化更为平缓。应该认为随机波条件下的结果更接近天然状况，因而更为实用，即在工程上可参考应用图7及8（时域结果）或图9及10（频域结果）。

5. 当仅需计算力的极值时，可应用总力法 [式 (20) 及 (21)]，式中总力系数可参考图5及6。

6. 本文结果与 Bearman 振荡流的结果相比相当合理。因为两者流态条件不同，所以大体上当 KC 数较大时，对 C_d 及 C_F 两者结果十分接近；当 KC 数较小时，本文的 C_d 及 C_F 大于 Bearman 的结果。对 C_m 值则 Bearman 的结果大于本文结果，这是波动流条件的涡结构的发展强于振荡流的情况而造成的。

7. 对总力而言，在相同的波浪与水流条件下，方柱 45° 斜向迎浪时总力值大于正向迎浪时的总力值。

林异珠、周景国、李广伟等同志参加了本文的实验，谨此致谢。

参考文献

- 1 Bearman P W, J M R Graham, E D Obasaju and G M Drossopoulos. The influence of corner radius on the forces experienced by cylindrical bluff bodies in oscillatory flow. *Applied Ocean Research*, 1984, 6(2): 83~89
- 2 Bearman P W, J M R Graham and S Singh. Forces on cylinder in harmonically oscillating flow. *Mechanics of Wave-in-*

duced Forces on Cylinder, 1980, 437~449

- 3 Hamel-Deroich D. Forces on vertical rectangular cylinder in wavy flow and in combined wave and current flow at low KC numbers. Offshore Technology-OMAE-Volume IA, 1992, 79~86
- 4 李玉成, 王凤龙, 何明. 方柱水动力系数确定方法的探讨. 海洋通报, 1994, 13(2): 62~79
- 5 Li Yucheng. Wave Action on Maritime Structures, The Press of Dalian University of Technology, Dalian, 1990, 312~318
- 6 Li Yucheng, F L Wang and H G Kang. Wave-current forces on slender circular cylinders. , China Ocean Engineering, 1991, 5(3): 287~310
- 7 Teng B and Li Yucheng. Estimation of wave-current force coefficient on inclined cylinder in random waves. In: Proc. Inst. Civil Engineering, Wat. Mart. and Energy, Vol. 96, 1992, 1~7
- 8 李玉成, 张福然. 作用于垂直桩柱上的波浪水流力. 海洋学报, 1986, 8(6): 751~761
- 9 Holmes P and R G Tickell. Full scale wave loading on cylinders. Second International Conference of BOSS, Vol. 3, BHRA Fluid Engineering, Cranfield, England, 1979, 746~761
- 10 Chaplin J R and K Subbiah. Local forces on a vertical cylinder in regular and irregular waves. In: Proceedings of 2nd ISOPE, San Francisco, USA, JSOPE, 1992, 391~397
- 11 Nath J H. On wave force coefficient variability. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 1987, 109, 295~306
- 12 Sarpkaya T and M Isaacson. Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures. Van Nostrand Reinhold Company, 1981