第13卷 第3期 海洋学报 Vol.13, No.3
1991年5月 ACTA OCEANOLOGICA SINICA May, 1991

不稳定状态下惯性重力波对台风发生、发展和移动的作用*

钮学新

（浙江省气象台，杭州）

摘　要

本文用波动不稳定理论，对台风和热带气旋的发生、发展进行了分析和研究。结果表明，在热带气旋和台风的发生、发展过程中，起主要作用的波动是不稳定状态下的惯性重力波。大气中存在深厚潮湿层和水气凝结加热可促使和加剧波动的不稳定，并有利于波动能量频散减小，因此有利于台风和热带气旋的发生、发展，而且又能使波动移动速度减慢。基本态比容随气压的变化小于绝热分布的情况，也可导致波动不稳定，因此，对台风和热带气旋的发生、发展也可起到一定的作用。

台风的发生和发展已有很多的研究[1-3]。对于台风发生、发展过程中能量来源问题，普遍的看法是，由于气流气旋性切变引起的正压不稳定能量的释放是热带气旋或台风形成的初始阶段的主要能量来源，而CISK机制引起的水汽潜热能量的释放是热带气旋或台风发展的主要能量来源[3-8]。特别是Charny[4]等人提出的CISK机制能较好地解释台风的发生和发展。惯性重力波对台风发生、发展的作用也为人们认识和重视[8]。另外，Palmen[9]和Simpson[10]根据前人的工作和经验，先后提出了台风发生、发展的三个基本条件和七个重要条件，其中包括在海面温度大于、等于26℃或27℃的暖性洋面上，要有一个深厚潮湿的东风层等等。

本文将对水汽凝结加热在台风和热带气旋发生、发展及移动中的作用，作一些分析和讨论。

一、基本方案

柱坐标系（r, θ, p）中无粘性大气运动方组组可以写为：

本文于1988年3月15日收到，修改稿于1989年2月20日收到。

* 国家气象局台风科研基金资助项目。

$$\frac{\partial v_r}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}+\omega\frac{\partial v_r}{\partial p}-\frac{v_\theta^2}{r}=-\frac{\partial \phi}{\partial p}+fv_\theta, \tag{1}$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_\theta}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}+\omega\frac{\partial v_\theta}{\partial p}+\frac{v_r v_\theta}{r}=-\frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial \theta}-fv_r, \tag{2}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial (rv_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial \omega}{\partial p}=0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p}=-\alpha, \tag{4}$$

$$\alpha p=RT, \tag{5}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+v_r\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}+\omega\left(\frac{\partial T}{\partial p}-\frac{RT}{pC_p}\right)=\frac{Q}{C_p}, \tag{6}$$

其中Q为非绝热加热，它可以分解为积云对流加热（Q_c）和大尺度凝结加热（Q_L），即参

$$Q=Q_c+Q_L,$$

考Charny积云对流参数化方案，

$$Q_c=-c\eta_c q_b\omega^*,$$

这里ω^*为边界层顶部天气尺度垂直速度；c为开关函数，当边界层顶部为上升气流时，$c=1$，否则$c=0$。又仿照Arakawa的积云对流参数化方案[11]，

$$\omega_c=\eta_a\omega_b,$$

即有

$$\omega_b=\omega_c/\eta_a,$$

其中，ω_c和ω_b分别为积云中间和积云底的垂直速度。设积云底在边界层顶部附近，则有$\omega_b=\omega^*$，且令$\eta=\eta_c/\eta_b$，我们在台风及其外围区域以ω近似代替ω_c，这样我们可以有

$$Q_c=-c\eta q_b\omega,$$

$$Q_L=-CL\frac{dq_s}{dt}\doteq-CL\frac{\partial q_s}{\partial p}\omega,$$

式中，q_b为大气边界层顶部的比湿；q_s为饱和比湿，在台风中我们视$q_s=q_s(p)$；L为凝结潜热。这样，我们得到：

$$Q=-c\left(\eta q_b+L\frac{dq_s}{dp}\right)\omega. \tag{7}$$

将式（4）、（5）、（7）代入式（6）后得到：

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+v_r\frac{\partial}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}+\omega\frac{\partial}{\partial p}-\omega\frac{R}{pC_p}\right)\frac{p}{R}\frac{\partial \phi}{\partial p}=\frac{C}{C_p}\left(\eta q_b+L\frac{dq_s}{dp}\right)\omega. \tag{8}$$

设 $v_r=v'_r$，$v_\theta=v'_\theta$，$\omega=\omega'$，$\phi=\bar{\phi}(p)+\phi'$， (9)

式中，$\phi'\ll\bar{\phi}$，式（9）代入式（1）、（2）、（3）、（8），对方程进行线性化，并略去“ ′ ”号之后，得到：

$$\frac{\partial v_r}{\partial t}-fv_\theta=-\frac{\partial \phi}{\partial r}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t}+f v_r=-\frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial \theta}, \tag{11}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial (r v_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial \omega}{\partial p}=0, \tag{12}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial p}+S^*\omega=0, \tag{13}$$

这里，

$$S^*=S-\frac{RC}{pC_p}\left(\eta q_b+L\frac{dq_s}{dp}\right), \tag{14}$$

而

$$S=\frac{d^2\bar{\phi}}{dp^2}+\frac{1}{p}\left(1-\frac{R}{C_p}\right)\frac{d\bar{\phi}}{dp}, \tag{15}$$

这里，S和S^*分别可以看作干、湿大气的静力稳定度参数．为简单起见，设f为常数．

由式（10）和（11）分别消去$\frac{\partial v_r}{\partial t}$和$\frac{\partial v_r}{\partial t}$后得到：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+f^2\right)v_r=-\left(\frac{\partial^2}{\partial t\partial r}+\frac{f}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\right)\phi, \tag{16}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+f^2\right)v_\theta=-\left(\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial t\partial \theta}+\frac{\partial}{\partial r}\right)\phi. \tag{17}$$

$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}$〔$r\times$式（16）〕得到：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+f^2\right)\frac{\partial (r v_r)}{r\partial r}=-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial^2}{\partial t\partial r}+f\frac{\partial}{\partial \theta}\right)\phi. \tag{18}$$

$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}$〔式（17）〕得：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+f^2\right)\frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}=-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial t\partial \theta}-f\frac{\partial}{\partial r}\right)\phi. \tag{19}$$

式（18）和（19）相加，并运用式（12）得到：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+f^2\right)\frac{\partial \omega}{\partial p}=\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^2\phi). \tag{20}$$

其中∇^2为柱坐标中（r、θ）平面上的Laplace算子，

$$\nabla^2=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}.$$

$\frac{\partial}{\partial p}$〔式（20）〕，并利用式（13）得：

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+f^2\right)\frac{\partial^2\omega}{\partial p^2}=-\nabla^2 S^*\omega. \tag{21}$$

变换坐标为（x、y、p）坐标，其中x方向为r的方向，与之垂直的是y方向，方程形式仍为式（21）．但是，

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\ .$$

二、波动的不稳定条件

设式（21）有如下形式解：

$$\omega=W(p)\exp[i(mx+ny+lp-\sigma t)].\tag{22}$$

式（22）代入式（21）；并由式（14）和（15），假定S^*不随r、θ和x、y的变化而变化：则我们可以得到频率方程：

$$l^2(\sigma^2-f^2)-S^*(m^2+n^2)=0.\tag{23}$$

解之得到：

$$\sigma=\pm\left[f^2+S^*\frac{m^2+n^2}{f^2}\right]^{1/2}.\tag{24}$$

由式（23）或（24）可见，可以认为，这是一种惯性重力波，波动的不稳定条件为：

$$-S^*>f^2\frac{l^2}{m^2+n^2}\ .\tag{25}$$

波动的x方向传播速度为：

$$C_x=\pm\frac{1}{m}\cdot\left[f^2+S^*\frac{m^2-n^2}{l^2}\right]^{1/2}.\tag{26}$$

波动能量的x方向传播速度为：

$$C_{gx}=\mp\frac{mS^*}{l^2}\cdot\left[f^2+S^*\cdot\frac{m^2+n^2}{l^2}\right]^{-1/2}.\tag{27}$$

由式（26）和（27）可以得到：

$$\frac{C_x}{C_{gx}}=\frac{l^2}{m^2S^*}\left(f^2+S^*\frac{m^2+n^2}{l^2}\right),\tag{28}$$

只要

$$f^2+S^*n^2/l^2\neq 0,\tag{29}$$

则就会有

$$C_x/C_{gx}\neq 1.\tag{30}$$

实际上除了巧合以外，式（29）一般是成立的。从式（30）可以得到，波动在x方向，即径向，一般存在着能量频散的现象．同样也可以得到在y方向上也有类似的结果，因此可以这样说，在台风和热带气旋中，一般存在着能量频散的现象．

由于式（25）右边大于零，因此要使式（25）成立，必须要$S^*<0$．这就说明，波动的稳定性主要取决于湿大气的静力稳定度参数S^*．若S^*为负值，则条件式（25）得到满足，波动是不稳定的，否则波动是稳定的、或近于中性的．从而可见，在台风或热带气旋的发

生、发展过程之中，主要是不稳定状态下的惯性重力波起作用．

当$S^* = 0$时，$\sigma = \pm f$，波动是一种惯性波．这时式（25）不能成立，波动，即台风或热带低压不能得到发展．

三、水汽凝结加热的作用

式（25）表明，波动的不稳定程度主要取决于湿大气的稳定度参数S^*．下面我们分解S^*的表达式中的各项，从而分析水汽凝结加热对波动发展的作用．

式（14）、（15）代入式（25），可以得到：

$$\frac{CR}{pC_p}\left(\eta q_b + L\frac{dq_s}{dp}\right) - \left[\frac{d^2\bar{\phi}}{dp^2} + \frac{1}{p}\left(1 - \frac{R}{C_p}\right)\frac{d\bar{\phi}}{dp}\right] > d^2, \tag{31}$$

其中，

$$d^2 \approx f^2 \cdot \frac{l^2}{m^2 + n^2}. \tag{32}$$

在实际大气中，$\frac{d\bar{\phi}}{dp} = -\bar{a} < 0$，并且一般有$\frac{d^2\bar{\phi}}{dp^2} > 0$．$\frac{R}{C_p} = \frac{C_p - C_v}{C_p} < 1$，$1 - \frac{R}{C_p} > 0$．

而且我们假定：

$$-\frac{d\bar{a}}{dp} > \frac{1}{p}\frac{C_v}{C_p}\bar{a}, \tag{33}$$

即基本态比容随气压的变化比绝热分布大，这相当于：

$$-\bar{\gamma} = \frac{d\bar{T}}{dp} < \frac{\bar{T}R}{pC_p} = \gamma_d, \tag{34}$$

这时有

$$\frac{d^2\bar{\phi}}{dp^2} > \frac{1}{p}\left(1 - \frac{R}{C_p}\right)\left|\frac{d\bar{\phi}}{dp}\right| \tag{35}$$

或

$$\frac{d^2\bar{\phi}}{dp^2} + \frac{1}{p}\left(1 - \frac{R}{C_p}\right)\frac{d\bar{\phi}}{dp} > 0, \tag{36}$$

另外，

$$\frac{R}{pC_p}\left(\eta q_b + L\frac{dq_s}{dp}\right) > 0, \tag{37}$$

c为开关函数，若大气为下沉运动时，$c = 0$，则条件式（25）就不能满足，波动是稳定的．这时没有水汽凝结加热．若大气为上升运动，$c = 1$，这时有水汽凝结加热，这时如果

$$\frac{R}{pC_p}\left(\eta q_b + L\frac{dq_s}{dp}\right) > d^2 + \left[\frac{d^2\bar{\phi}}{dp^2} + \frac{1}{p}\left(1 - \frac{R}{C_p}\right)\frac{d\bar{\phi}}{dp}\right], \tag{38}$$

则波动是不稳定的，否则波动是稳定的。

式（38）成立的条件是，对流层下层和中层大气中含有大量的水汽。这样，热带气旋中的上升运动把水汽送到高层，使水汽凝结，释放出的大量水汽潜热促使热带气旋进一步发展。这和Palmen等人[9]归纳的台风发生发展的条件之一，即要在热带暖性洋面上，以便保证有充足的水汽这一结果是一致的。也和Simpson[10]根据美国近几年预报经验提出的台风发生发展的其中两个条件，即深厚的潮湿东风层和在大于27℃或26℃的暖性洋面上的观点是相符的。

令C_x'和C_{gx}'为无水汽条件下，即干大气中的C_x和C_{gx}。由前面的分析表明，即由式（14）、（36）和（37）可以得到

$$S \quad S^*. \tag{39}$$

由式（26）、（27），结合式（39），可以得到

$$\begin{cases} C_x' \qquad C_x, \\ C_{gx}' \qquad C_{gx}, \end{cases} \tag{40}$$

$$C_x' \; C_{gx}' \quad C_x \; C_{gx}. \tag{41}$$

式（41），或直接从（29）可以看出，水汽凝结加热和dq、dp为小值可使$f^2+S^*n^2 \; l^2 \to 0$，即可使$C_x \; C_{gx} \to 1$。这是有利于波动能量频散减小的，有利于台风和热带气旋的发生和发展。又从式（40），或直接从式（26）、（27）可知，水汽凝结加热和dq、dp为小值又可使波动及能量的传播速度减慢。而dq、dp为小值的条件是对流层中层或下层中水汽分布较均匀，对流层中层水汽含量充沛，或要有一个深厚的潮湿层。这和Simpson[10]的条件之一相一致。

上面分析的水汽凝结加热使热带气旋加强，又可使波动移速减慢。我们统计分析了1961年到1980年122个西北太平洋上的台风个例共3 665个时次的移速和强度（近中心最大风力和中心最低气压）的6小时变化的关系，其中有2 292个时次台风或热带气旋在强度发展时移速减慢、或强度减弱时移速加快，占总数的62.5%。前面的分析结果和台风或热带气旋在发展过程中往往要减速、而在减弱过程中往往会加速的这种现象是大致相符的。

在$c=0$，即无水汽凝结加热的情况下，条件式（31）可以简化为：

$$d^2 \quad \frac{1}{p}\left(\frac{R}{C_p}-1\right)\frac{\mathrm{d}\bar{\phi}}{\mathrm{d}p} - \frac{\mathrm{d}^2\bar{\phi}}{\mathrm{d}p^2}$$

$$= \frac{\mathrm{d}\bar{\alpha}}{\mathrm{d}p} - \varkappa\frac{\bar{\alpha}}{p}. \tag{42}$$

这里和前面的$\bar{\alpha}=\bar{\alpha}(p)$为基本态的比容，$\varkappa=C_v/C_p$。其中$C_v$和$C_p$分别为定容比热和定压比热。

用绝热条件下基本态比容和气压的关系式

$$\bar{\alpha}=\bar{\alpha}(0)\left(\frac{1\,000}{p}\right)^{\varkappa}, \tag{43}$$

$$\varkappa\frac{\bar{\alpha}}{p}+\frac{\mathrm{d}\bar{\alpha}}{\mathrm{d}p}=0. \tag{44}$$

为要使式（42）成立，必须要

$$-\frac{d\bar{a}}{dp} < \chi\frac{\bar{a}}{p}. \tag{45}$$

这表示基本态比容随气压的变化要比绝热分布小，而且要

$$-\frac{d\bar{a}}{dp} < \chi\frac{\bar{a}}{p} - d^2, \tag{46}$$

这时波动才是不稳定的。这说明，基本态比容随气压的变化等于或大于绝热分布的情况都是导致波动稳定的。从这可以看出，我们在前面讨论水汽凝结加热的作用时，所假设的条件式(33)是不强的，而且实际上是放宽的。

综合上面的分析，热带大气中存在深厚潮湿层和水汽凝结加热可以促使波动不稳定或促使波动不稳定的加剧，使波动能量频散减少，这样有利于台风和热带气旋的发生和发展。深厚潮湿层和水汽凝结加热又可使波动传播速度减慢。以上这些结果和实际情况大致相符。

四、结　论

通过以上分析，可以得到以下几点结论：

1. 热带气旋和台风发生、发展过程中，起主要作用的波动是处于不稳定状态下的惯性重力波，这种波动的不稳定条件取决于水汽的垂直分布和水汽凝结加热的情况。

2. 热带大气中存在深厚潮湿层和水汽凝结加热可以促使和加剧波动的不稳定，使能量频散减小，因此有利于台风和热带气旋的发生和发展，并能使波动传播速度减慢，即使台风和热带气旋的移速减慢。这与台风或热带气旋在发展过程中往往要减速，而在减弱过程中往往会加速的现象大致相符。

3. 基本态比容随气压的变化小于绝热分布的情况（这实际上也和水汽垂直分布的情况有关）也有利于促使波动不稳定，即有利于台风和热带气旋的发生和发展。

本文初稿写成后，先后承余志豪、李崇银教授和审稿同志提出宝贵意见，特此表示衷心感谢。

参　考　文　献

〔1〕 陈联寿、丁一汇，西太平洋台风概论，科学出版社，1979，64—205.

〔2〕 伍荣生等，动力气象学，上海科学技术出版社，1983，189—216.

〔3〕 Elsberry, R. L. *et al.*, A global view of tropical cyclones. *Dep. of Meteo.*, Naval Postgraduate School, 1987, 53—87.

〔4〕 Charney, J. G. and A. Eliassen, On the growth of the hurricane depression. *J. Atmos. Sci.*, **21** (1964), 68—75.

〔5〕 谢义炳、黄寅亮，赤道辐合带上扰动不稳定性的简单理论分析，气象学报，**34** (1964)，198—210.

〔6〕 董克勤、张婉佩，辐合带台风形成与对流层中、低空急流的联系，气象学报，**37** (1979)，44—52.

〔7〕 李崇银，对流凝结加热和不稳定波，大气科学，**13** (1983)，260—268.

〔8〕 陈秋士，天气和次天气尺度的动力学，科学出版社，1987，63－93.

〔9〕 Palmen, E. and H. Riehl, Budget of angular momentum and energy in tropical cyclones, *J. Meteor.*, **14** (1957), 150－159.

〔10〕 Simpson, R. H., A reassessment of the hurricane prediction problem. PB, 189846.

〔11〕 Cho, H. R., Cumulus cloud population and its parameterization. *Pure Appl. Geophys*, **113** (1975), 837－849.

〔12〕 Arakawa, A. and W. H. Chubert, Interaction of cumulus cloud ensemble with the large scale environment, Part I, *J. Atmos. Sci.*, **31** (1974), 674－701.