

作用于可渗可压缩海床上的 墩柱底面上的波浪力

孙昭晨 邱大洪

(大连工学院海洋工程研究所)

摘 要

在坐于可渗可压缩海床上的大尺度墩柱的设计中,波浪引起的渗流浮托力是主要的环境因素之一。本文研究了圆柱墩所受到的由波浪引起的渗流压力。假定海床中的流体为可压缩的,其流动遵从达西定律,从土介质的平衡方程和流体的连续方程中消去土介质位移,最终的控制方程为以孔隙水压力为变量的泊松方程。在确定墩柱以外海床上的波压力分布时,忽略了海床渗流的影响,直接由Mac Cany和Fuchs的线性绕射理论得出。

文中将渗流压力场分为两个子域:一个位于圆柱墩之下,是一个圆柱域;其他部分为第二个子域。对两个子域内的渗流压力求得了解析解,据此,可以计算作用在墩柱底面上的浮托力和倾覆力矩。该解适用于有限厚度海床的一般情况。

圆柱墩是海洋工程中经常应用的结构型式。在计算圆柱墩所受到的波浪力时,通常假定海底是不透水的,这种假定导致了不可能计算墩柱底面上受到的波浪力,然而这种波浪力在墩柱所受到的总竖向力中常占有重要的比重,不容忽略。

在土介质不变形和孔隙水不可压缩,渗流为达西流的假设下,Durand和Monkmeyer对无限厚度海床的情况求得了解析解,邱大洪和庄严对重力式平台底面受到的浮托力进行了数值计算。

本文研究了在假设孔隙水可压缩和土介质可变形的条件下,置于可渗可压缩海床上圆柱墩底面所受到的波浪力,并给出了解析解。

一、流场控制方程

图1所示为在一有限厚度海床上设置的一个圆柱墩,其半径为 R ,水体的平均水深为 h_1 ,海床为匀质、刚度和渗透性均各向同性的土介质,其厚度为 h_2 ,土层底部边界为不透水和不变形的。

当波浪传过海面时，由于海床介质的渗透性，海床中将形成渗流场，并产生渗流压力，同时，海床本身也因波浪的作用而产生变形。一般地，渗流场中的雷诺数都小于 1，可以应用达西定律，即

$$\vec{V} = -\frac{k_s}{\gamma} \nabla P \quad (1)$$

式中， $\vec{V} = (u, v, w)$ 为渗流流速向量， P 为超静孔隙水压， k_s 为土介质的渗透系数， γ 为水的比重。

假定：（1）土骨架的应力—应变关系为线性的，（2）忽略惯性力的影响，

（3）土颗粒本身不可压缩，（4）土介

质随时间的变形为小量。在上述的假定下，土介质的动量方程将是著名的Biot方程。

$$G \nabla^2 \vec{V}_s + \frac{G}{1-2\nu} \nabla (\text{div} \vec{V}_s) = \nabla P \quad (2)$$

式中， $\vec{V}_s = (u_s, v_s, w_s)$ 为土介质的位移向量， G 为土体的剪切模量， ν 为土体的泊松比。

对于可变形土介质中的可压缩性流体的流动，其控制方程为

$$\frac{k_s}{\gamma} \nabla^2 p = \frac{n}{K} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} (\text{div} \vec{V}_s) \quad (3)$$

式中， n 为土介质的孔隙率， K 是孔隙水的视体积模量。

由于解析求解耦合方程(2)、(3)的困难，根据Kokkinowrachos^[4]，把方程中的土介质位移变量消去，可得关于超静孔隙水压 p 的控制方程为

$$\nabla^2 p = c_s \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4)$$

$$\text{式中，} \quad c_s = \frac{\gamma}{k_s} \left(\frac{n}{K} + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \times \frac{1}{2G} \right) \quad (5)$$

它是一个与土介质参数和孔隙水压缩性有关的组合因素。

在求解波浪场时，通常都假定海底是一个不可渗透的边界。由于波浪场中的水质点速度比海床内的渗流场中水质点速度大得多，因而有理由认为这是一个合理的假定。由波浪场求得的海底波压分布是求解渗流压力场的一个具有良好近似的边界条件。

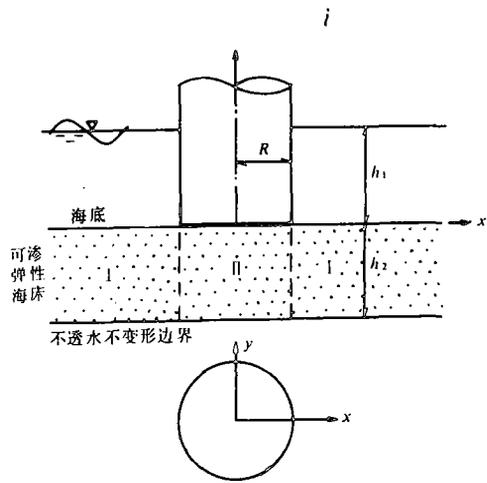


图 1

在海底波压力作用下, 在可渗可压缩海床中将形成渗流场, 此渗流场中的超静孔隙水压力 p 应满足方程 (4) 和下列边界条件.

$$p = p_w, \quad z = 0, \quad r \leq R \quad (6a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad z = 0, \quad r \leq R \quad (6b)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad z = -h_2 \quad (6c)$$

式中, p_w 为波浪引起的海底上的压力, 包括入射波压和绕射波压, 即

$$p_w = p_i + p_d \quad (7)$$

其中, p_i 为入射波压, 对于线性波

$$p_i = \frac{\gamma H}{2\text{ch}kh_1} e^{-i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n i^n J_n(kr) \cos n\theta \quad (8)$$

p_d 为绕射波压, 根据线性绕射理论, 可表示为

$$p_d = -\frac{\gamma H}{2\text{ch}kh_1} e^{-i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n i^n J'_n(kR) \frac{H_n(kr)}{H'_n(kR)} \cos n\theta \quad (9)$$

上两式中, H 为入射波高, k 为波数, h_1 为水深, ω 为波浪圆频率, J_n 、 J'_n 为 n 阶第一类 Bessel 函数及其导数, H_n 、 H'_n 为 n 阶第一类 Hankel 函数及其导数.

二、渗流压力解

观察方程 (6a) 和 (6b) 可知, (6a) 为第一类边界条件, (6b) 为第二类边界条件, 即在同一边界的不同区域上, 渗流压力要满足不同的边界条件. 根据边界条件的这一特性, 渗流场也分为相应的两个子域. 第二子域为墩柱下的区域, 也为一圆柱形式, 半径与墩柱相同, 其余部分为第一子域, 如图 1 所示.

在第一子域中, 渗流压力 p_1 可以分为两部分, 入射波引起的压力 p_1^i 和绕射波引起的压力 p_1^d , 它们分别满足下列定解问题

$$\nabla^2 p_1^i = c_s \frac{\partial p_1^i}{\partial t} \quad (10)$$

$$p_1^i = p_i, \quad z = 0, \quad r > R \quad (11a)$$

$$\frac{\partial p_1^i}{\partial z} = 0, \quad z = -h_2 \quad (11b)$$

和

$$\nabla^2 p_1^d = c_s \frac{\partial p_1^d}{\partial t} \quad (12)$$

$$p_1^d = p_a, \quad z = 0, \quad r > R \quad (13a)$$

$$\frac{\partial p_1^d}{\partial z} = 0, \quad z = -h_2 \quad (13b)$$

经过一些数学推导, 可得 p_1^d 的解为

$$p_1^d = \frac{\gamma H}{2\text{ch}k h_1} e^{-i\omega t} \frac{\text{ch}k_p(z+h_2)}{\text{ch}k_p h_2} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n i^n J_n(kr) \cos n\theta \quad (14)$$

式中, $k_p = (k^2 - i\omega c_s)^{1/2}$

为了求解方便起见, 把 p_1^d 的解分为两部分, 一部分为满足控制方程和边界条件的特解 p_s , 另一部分为满足控制方程和齐次边界条件的通解 p_g , 即

$$p_1^d = p_s + p_g \quad (15)$$

其中,

$$p_s = -\frac{\gamma H}{2\text{ch}k h_1} e^{-i\omega t} \frac{\text{ch}k_p(z+h_2)}{\text{ch}k_p h_2} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n i^n J'_n(kR) \frac{H_n(kr)}{H'_n(kR)} \cos n\theta \quad (16)$$

令

$$p_g = \frac{\gamma H}{2\text{ch}k h_1} e^{-i\omega t} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} B_{mn} H_n(k_{1,n} r) \sin\left(\frac{2n+1}{2} \times \frac{\pi}{h_2} z\right) \cos m\theta \quad (17)$$

式中, $k_{1,n} = \left[i\omega c_s - \left(\frac{2n+1}{2} \times \frac{\pi}{h_2} \right)^2 \right]^{1/2}$

于是可得

$$p_1 = p_1^d + p_s + p_g \quad (18)$$

在第二子域中, 渗流压力 p_2 的解可设为

$$p_2 = \frac{\gamma H}{2\text{ch}k h_1} e^{-i\omega t} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} J_m(k_{2,n} r) \cos\left(\frac{n\pi}{h_2} z\right) \cos m\theta \quad (19)$$

式中, $k_{2,n} = \left(i\omega c_s - \frac{n^2 \pi^2}{h_2^2} \right)^{1/2}$

在式 (17) 和式 (19) 中, 尚有两组系数 B_{mn} 和 A_{mn} 待定, 可根据两个子域的匹配条件

$$p_2 = p_1, \quad r = R \quad (20a)$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial r} = \frac{\partial p_1}{\partial r}, \quad r = R \quad (20b)$$

来确定。

求得压力后, 即可计算作用于墩柱底面上的浮托力 F_z 和关于 y 轴的倾覆力矩 M_y 。

$$\begin{aligned} F_z &= \int_0^{2\pi} \int_0^R \operatorname{Re}(p_2) \Big|_{z=0} r dr d\theta \\ &= \frac{\pi \gamma H R^2}{2 \operatorname{ch} k h_1} \operatorname{Re} \left\{ e^{-i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} A_{0n} \frac{J_1(k_{2,n} R)}{k_{2,n} R} \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} M_y &= \int_0^{2\pi} \int_0^R \operatorname{Re}(p_2) \Big|_{z=0} r^2 \cos\theta dr d\theta \\ &= \frac{\pi \gamma H R^3}{2 \operatorname{ch} k h_1} \operatorname{Re} \left\{ e^{-i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} A_{1n} \frac{J_2(k_{2,n} R)}{k_{2,n} R} \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

由此可得无因次浮托力 \bar{F}_z 及无因次倾覆力矩 \bar{M}_y 为

$$\bar{F}_z = F_z / \left(\frac{\pi \gamma H R^2}{2 \operatorname{ch} k h_1} \right) = \operatorname{Re} \left\{ 2 e^{-i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} A_{0n} \frac{J_1(k_{2,n} R)}{k_{2,n} R} \right\} \quad (23)$$

$$\bar{M}_y = M_y / \left(\frac{\pi \gamma H R^3}{2 \operatorname{ch} k h_1} \right) = \operatorname{Re} \left\{ e^{-i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} A_{1n} \frac{J_2(k_{2,n} R)}{k_{2,n} R} \right\} \quad (24)$$

由于考虑了土介质的变形和水的压缩性, 在压力解中没有奇异性, 这就给计算任意点处的压力提供了方便。

根据本文提出的计算公式, 作者进行了一些计算, 并同其他作者的理论和实验结果进行了比较。由于其他作者的解都没有考虑土体变形和水的压缩性, 因而在比较时, 取本解中 $c_s = 0$ 的情况, 即海床是不变形和水是不可压缩的。

表 1 为 $c_s = 0$ 时, 计算得墩柱底面上的无因次压力与 Durand 和 Monkmeyer 的结果的比较。

表 2 为 $c_s = 0$ 时, 与 Durand 和 Monkmeyer 的实验及理论结果的比较。

从表 1 和表 2 中可以看到, 我们的结果和 Durand 的结果基本吻合, 最大点压力一般发生在 $\theta = 180^\circ$, $r = R$ 处, 而最小点压力一般发生在 $\theta = 0^\circ$, r 在 0 与 $0.4R$ 之间。

表 1 墩柱底面无因次压强的幅值

	$r/R = 0.2$		$r/R = 0.4$		$r/R = 0.6$		$r/R = 0.8$		$r/R = 1.0$	
	作者	Durand								
$kR = 0.2$										
$\theta = 0^\circ$	0.86944	0.85260	0.87768	0.85978	0.89705	0.87580	0.93788	0.90536	1.05334	0.99894
30°	0.86971	0.85285	0.87768	0.85979	0.89604	0.87500	0.93430	0.90288	1.04044	0.99067
60°	0.87064	0.85369	0.87848	0.86052	0.89528	0.87450	0.92899	0.89949	1.01729	0.97643
90°	0.87235	0.85525	0.88143	0.86321	0.89893	0.87782	0.93234	0.90283	1.01532	0.97724
120°	0.87455	0.85728	0.88649	0.86779	0.90789	0.88568	0.94759	0.91518	1.04692	1.00101
150°	0.87648	0.85905	0.89150	0.87233	0.91767	0.89420	0.96588	0.92962	1.08940	1.03179
180°	0.87725	0.85976	0.89360	0.87423	0.92191	0.89789	0.97398	0.93599	1.10859	1.04562
$kR = 1.0$										
$\theta = 0^\circ$	0.35424	0.33957	0.26602	0.25847	0.30955	0.26442	0.55807	0.40492	1.22412	0.88819
30°	0.37465	0.35685	0.29990	0.28891	0.31119	0.27930	0.48800	0.36903	1.00180	0.74425
60°	0.42975	0.40860	0.40868	0.38152	0.43718	0.39463	0.55578	0.46184	0.92617	0.73888
90°	0.50195	0.46534	0.55775	0.50802	0.66935	0.58878	0.89213	0.73176	1.46139	1.17128
120°	0.56938	0.52868	0.68853	0.62174	0.86176	0.75669	1.15332	0.95830	1.84698	1.52487
150°	0.61539	0.56891	0.77025	0.69448	0.96925	0.85453	1.27798	1.07523	1.99460	1.67346
180°	0.63150	0.57809	0.79725	0.71879	1.00223	0.88496	1.31270	1.10795	2.03217	1.70708

表 2 本文解与 Durand 的实验和理论结果的比较

kR	r/R	θ	p/p_0 (实验)	p/p_0 (Durand解)	p/p_0 (本文解)	
0.4235	0.3465	0°	0.729	0.68278	0.70402	
		45°	0.705	0.69016	0.71191	
		90°	0.718	0.71926	0.74325	
		135°	0.744	0.76181	0.78906	
		180°	0.777	0.78260	0.81139	
		0.6860	0°	0.741	0.73614	0.77169
	0.6133	0.3465	45°	0.728	0.73250	0.76519
			90°	0.750	0.77613	0.81241
			135°	0.804	0.87648	0.92553
			180°	0.903	0.92851	0.98415
			0°	0.548	0.53048	0.55236
			45°	0.547	0.55244	0.57592
	0.6860	90°	0.549	0.62555	0.65611	
		135°	0.657	0.71614	0.75482	
		180°	0.719	0.75602	0.79804	
		0°	0.558	0.58829	0.63378	
		45°	0.581	0.58945	0.62815	
		90°	0.707	0.71096	0.76269	
		135°	0.813	0.90817	0.98461	
		180°	0.970	0.99319	0.97939	

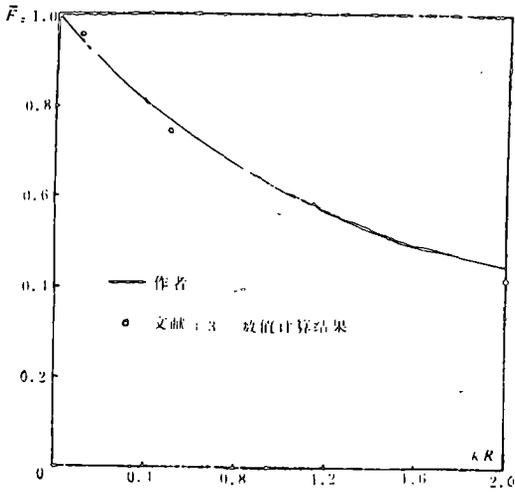


图 2

图 2 和图 3 为 $c_s = 0$ 时，无因次浮托力和倾覆力矩与邱大洪和庄严的数值结果的比较。从图中可以看到，无因次浮托力随 kR 的增大而减小，而无因次倾覆力矩则随 kR 的增大而增大，在 $kR = 1.0$ 附近达到极值，而后又随 kR 的增大而减小。

图 4 为无因次浮托力和倾覆力矩随 c_s 的变化情况。浮托力随 c_s 的增大而减小，倾覆力矩随 c_s 的增大呈摆动趋势，但总的倾向是减小。最大浮托力和倾覆力矩发生在 $c_s = 0$ 时，由此可以看出，在渗透性较好的密实粗砂海床上墩柱所受到的渗透压力比渗透性差的软土上所受的渗透压力要大。

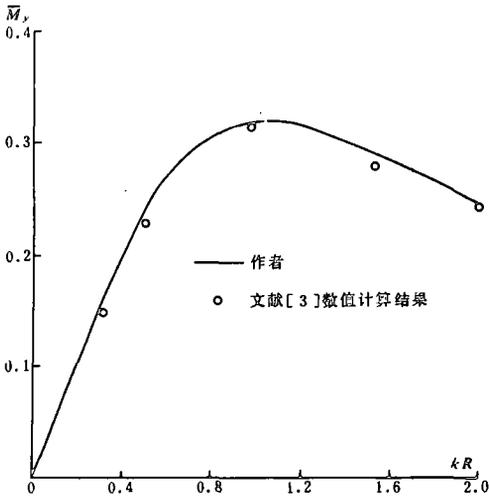


图 3

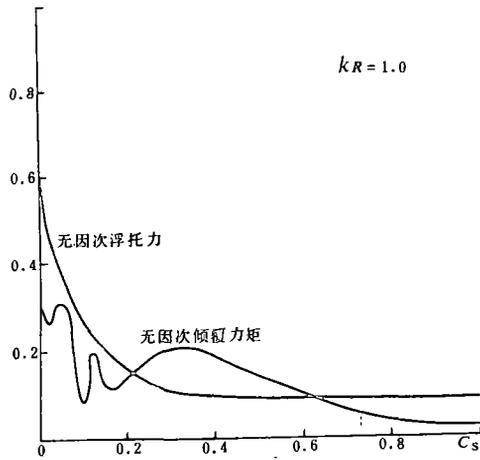


图 4

三、结 论

1. 本文给出了考虑土介质变形和孔隙水压缩性的有限厚度海床上设置的圆柱墩在波浪作用下所受渗流压力的解析解，据此可以计算各种海床中任意点处的点压力，以及墩柱所受的浮托力和倾覆力矩。

2. 墩柱所受的浮托力和倾覆力矩以 $c_s = 0$ ，即海床土介质不变形，孔隙水不可压缩

时为最大。因而，在墩柱设计中进行稳定校核时，忽略土介质变形和水压缩性的影响所得的结果是偏于安全的。但在研究海浪作用下墩柱边缘的地基土是否稳定时，则应考虑其影响，因在此情况下墩柱边缘处渗流的逸出流速有时可能是很大的。

参 考 文 献

- [1] Durand, T. J. P. and P. L. Monkmeyer, Wave-induced seepage effects on a vertical cylinder, *Proc. of Coastal Engineering*, 1980.
- [2] Qiu D. H. and Z. C. Sun, Wave-induced pressures on a buried pipeline, *Proc. of 6th International OMAE Symposium*, 1987.
- [3] 庄 严、邱大洪, 海上重力式建筑物基底的渗压荷载, *海洋学报*, 9 (1987), 2: 239—254.
- [4] Kokkinowrachos, K., Hydrodynamic analysis of large offshore structures on porous elastic seabed, *Proc. of 4th International OMAE Symposium*, 1 (1985).