

切变波动力学研究*

II. 激发机制与幅度衰减

袁业立 郑全安

(国家海洋局第一海洋研究所, 青岛)

摘 要

本文从涡度方程出发, 讨论海洋中的切变波的激发机制和幅度衰减. 理论分析表明, 在条状外力(如骤置常条状风, 移动的条状风等)的作用下, 可以激发起切变波, 这与卫星观测资料定性地一致. 文中还讨论了在侧向摩擦(A_H, A_V)作用下, 切变波幅度的衰减过程, 理论模型与卫星观测数据定量地一致.

从切变波这一现象被发现起, 海洋学家就开始探讨其发生机制. 如本研究第一部分中所述, 120年前最早发现切变波的Bache认为这种现象与大气作用和月球的影响有关^[1]. 由于缺乏足够的证据, 这种看法只能认为是一种猜想. 此后直至本世纪70年代, 由于观测集中在哈特勒斯角以南的湾流西侧, 波动现象又大都出现在查尔斯顿隆起以北, 这就使人很自然地想到切变波是由海底地形引起的^[2]. 1981年Lee等人从卫星照片上发现在查尔斯顿隆起上游(以南)直至佛罗里达海峡都有切变波发生, 只是幅度略小^[3]. 这就对海底地形激发机制提出了挑战, 后来又在哈特勒斯角以东的湾流北侧^[4-6]和其他海域发现了同样现象. 这至少说明, 海底地形不是切变波唯一的激发机制. 1983年Brooks和Bane根据现场测量资料提出, 北卡罗来纳近海的切变波与局地风应力及其旋度和散度均无关系, 原因是风应力对湾流做功的速率与海流内部的能量交换相比是微不足道的. 他们还提出切变波可能与湾流的不稳定性有关, 但没做深入研究. Mollo-Christensen则认为哈特勒斯角以东的切变波是潮汐激发引起的, 并认为其周期与 M_2 潮相同, 即12.4h^[5]. 郑全安等根据卫星资料与NOAA浮标测得的同步风场数据曾提出以风为表现形式的大气作用力可能是切变波成长的主要机制, 并以大量数据证明哈特勒斯角以东切变波的周期为 (27 ± 10) h, 而且切变波事件的发生频率具有明显的季节性分布, 从而否定了潮汐激发说^[4].

近年来, 对切变波的理论模拟也取得了进展, 这将有助于认识这一现象的机理. 1985年Luther和Bane对湾流切变波的研究结果进行了分析, 提出这种现象是湾流的自然振荡模, 由湾流的固有不安定性引起. 切变波在查尔斯顿隆起下游呈现出的迅速成长现象, 说明海底隆起激起了这种固有的不安定性. 他们认为, 由于湾流具有水平与垂直两种切变,

本文于1987年8月3日收到, 修改稿于1987年12月15日收到.

* 本成果属于国家“七五”攻关项目“海洋环境数值预报”的“海洋环境要素波谱与信息特征研究”专题.

因此有可能既存在正压不稳定性又存在斜压不稳定性。基于以上认识，他们从地球物理流体力学基本方程出发，对湾流切变波进行了三维结构的理论模拟，得出了与实测数据接近的结果，并揭示出切变波在湾流两侧都有可能发生^[7]。

本研究认为在以风为典型代表的条状外力作用下，可以激发起切变波，这似乎又回到了120年前的“Bache猜想”上来。

对切变波幅度衰减的理论模拟，以前未曾见到。本文从涡度方程导出的理论模式为卫星观测资料所证实。

一、切变波激发机制

卫星观测表明，切变波只发现在流速发生较大变化的水团边界上，但又是连续出现的定常现象。这说明流速切变是切变波发生的必要条件，但不是充分条件。只有某种外部扰动作用存在时，切变波才能被激发出来。

在有外力作用时，扰动方程的0阶近似有如下形式

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial t} (\Delta_0 \phi - F\phi) + J_{00}(\phi, \Delta_0 \phi - F\phi) + \delta J_{10}(\psi_0, \Delta \phi_0 - F\phi) \\ - G'(\psi_0) \delta J_{10}(\psi_0, \phi) = IF(\mathbf{X}_0, t), \end{aligned} \quad (1)$$

式中，各算符的下标0和1分别表示对 x_0 (扰动) 和 x_1 (背景场) 取微商， IF 为外力，而

$$\delta = L_0/L_1$$

为两种尺度之比。

如果外部作用力在空间上是调和的，即

$$IF = f_0(t) \exp[i(kx + ly)], \quad (2)$$

我们设 ϕ 也具有类似的形式

$$\phi = \phi_0(t) \exp[i(kx + ly)], \quad (3)$$

而

$$\Delta \phi - F\phi = -(k^2 + l^2 + F) \phi_0(t) \exp[i(kx + ly)]. \quad (4)$$

于是，式(1)中的第二项总为0，非线性项自然消失，方程简化为

$$\begin{aligned} -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} (k^2 + l^2 + F) \exp[i(kx + ly)] \phi'_0(t) \\ - i\delta \begin{vmatrix} \frac{\partial \psi_0}{\partial x_1} & \frac{\partial \psi_0}{\partial y_1} \\ k & l \end{vmatrix} (k^2 + l^2 + F) \exp[i(kx + ly)] \phi_0(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -iG'(\psi_0)\delta \begin{vmatrix} \frac{\partial\psi_0}{\partial x_1} & \frac{\partial\psi_0}{\partial y_1} \\ k & l \end{vmatrix} \exp[i(kx+ly)]\phi_0(t) \\
 & = \exp[i(kx+ly)]f_0(t). \tag{5}
 \end{aligned}$$

注意到本研究第一部分导出的切变波频散关系：

$$\sigma = \frac{e[k^2+l^2+F+G'(\psi_0)]}{e_1(k^2+l^2+F)} \delta \begin{vmatrix} \frac{\partial\psi_0}{\partial x_1} & \frac{\partial\psi_0}{\partial y_1} \\ k & l \end{vmatrix},$$

代入方程 (5) 则得振幅 $\phi_0(t)$ 所满足的方程

$$\phi_0'(t) + i\sigma\phi_0(t) = f_0(t). \tag{6}$$

这一一阶常微分方程的通解为

$$\phi_0(t) = e^{-i\sigma t} [\phi_0(0) + \int_0^t f_0(t) e^{i\sigma t} dt]. \tag{7}$$

从式 (7) 可以看到，即使初始状态并不存在波动 [$\phi_0(0)=0$]，在空间调和的外部作用力激发下，足以产生幅度取决于外力的波动。

为讨论外部作用力与切变波之间的关系，我们先研究外力不随时间变化的情况，例如，骤置常条状风：

$$f_0(t) = f_0 H(t-t_0), \tag{8}$$

代入式 (7)，则可解出

$$\begin{aligned}
 \phi_0(t) &= e^{-i\sigma t} \left[\phi_0(0) + \frac{f_0}{i\sigma} (e^{i\sigma t} - 1) \right] \\
 &= \left[\phi_0(0) - \frac{f_0}{i\sigma} \right] e^{-i\sigma t} + \frac{f_0}{i\sigma}.
 \end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned}
 \phi &= \left[\phi_0^2(0) + \left(\frac{f_0}{\sigma} \right)^2 \right]^{1/2} \exp[i(kx+ly-\sigma t+\theta)] \\
 &\quad - \left(\frac{f_0}{\sigma} \right) \exp \left[i(kx+ly + \frac{\pi}{2}) \right], \tag{9}
 \end{aligned}$$

其中

$$\theta = \text{tg}^{-1} \left(\frac{f_0}{\sigma\phi_0} \right).$$

式 (9) 表明，在空间调和的骤置常条状风作用下，切变波的总波型由两部分组成，一部分是与作用波形滞后 $\pi/2$ ，振幅与作用力成正比例的固定波形，另一部分是与初始波形滞后 θ ，振幅为

$$\left[\phi_0(0) + \left(\frac{f_0}{\sigma} \right)^2 \right]^{1/2}$$

的移动波形。

卫星和现场同步观测数据可以定性证明上述结果。图1是哈特勒斯角以东湾流北侧1982年3月底、4月初发生的一次切变波事件的卫星观测结果与NOAA浮标同步测量数据的对照。两个NOAA标浮41001(34°41'59"N, 72°18'00"W)和44006(36°18'00"N, 75°23'56"W)分别布设在切变波发生区两侧。在3月20日至4月5日期间,两个浮标均记录在3月27日至29日之间出现过一次连续近3天的强北风过程。卫星图像则记录着切变波跟随在强北风过程之后产生,其能量逐渐成长直至最大、切变波能量最大值出现时间比强北风大约滞后两天。这一实例不仅证明切变波出现与大气作用有关,而且从出现的时序上证明了上述理论分析是合理的。

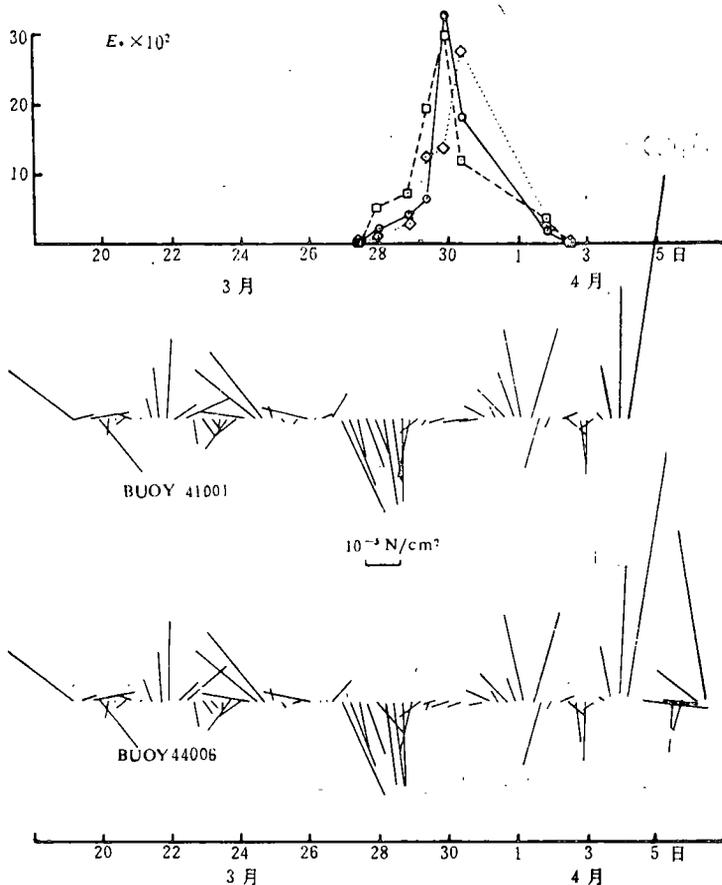


图1 哈特勒斯角以东湾流北侧一次切变波事件中波的消长过程与同步测得的风应力对应关系
切变波跟随在持续强北风之后出现,滞后约两天,纵坐标 E_* 为无量纲能量

另一种外力作用的理想化模型为移动的条状风,即

$$f_0(t) = f_0 e^{-i\sigma_1 t}$$

此时，由通解(7)得

$$\begin{aligned}\phi_0(t) &= e^{-i\sigma t} [\phi_0(0) + f_0 \int_0^t e^{i\sigma' t'} dt'] \\ &= e^{-i\sigma t} \left[\phi_0(0) + \frac{f_0}{i(\sigma - \sigma_1)} (e^{i(\sigma - \sigma_1)t} - 1) \right] \\ &= \phi_0(0) e^{-i\sigma t} - \frac{if_0}{\sigma - \sigma_1} (e^{-i\sigma_1 t} - e^{-i\sigma t}),\end{aligned}\quad (10)$$

当条状风移动速度趋于0(即 $\sigma_1/k \rightarrow 0$)时，上式退化为式(8)。当移动速度接近固有波速时，上式退化为

$$\phi_0(t) = [\phi_0(0) + f_0(t) e^{-i\sigma t}], \quad (11)$$

则

$$\phi = [\phi_0(0) + f_0(t) \exp[i(kx + ly - \sigma t)]]. \quad (12)$$

即以固有波速移动的作用将与波动共振，波动振幅随时间线性增长。这一点可以解释切变波的阵发性与成长阶段的波幅增长。

如果条状作用不是持续的，这时

$$f_0(t) = f_0 \delta(t).$$

由式(7)知

$$\begin{aligned}\phi_0(t) &= e^{-i\sigma t} [\phi_0(0) + \int_0^t f_0(t') e^{i\sigma' t'} dt'] \\ &= e^{-i\sigma t} [\phi_0(0) + f_0],\end{aligned}$$

于是

$$\phi = [\phi_0(0) + f_0] \exp[i(kx + ly - \sigma t)].$$

即，在瞬时发生的条状外力作用下，将产生同样波形，并将以固有波速移动。

二、切变波幅度衰减

卫星观测和现场测量结果都表明，一次切变波事件持续时间约为一周，在此期间，切变波的幅度发生由小至大的成长和由大至小直至消失的衰减过程。其中幅度衰减过程可由复数频散关系导出。

在本研究第一部分，我们设切变波具有如下形式

$$\psi = A(\mathbf{x}_1) \exp\{i\mathbf{K} \cdot \mathbf{x}_0 - [\sigma(\mathbf{x}_1)t + \theta(\mathbf{x}_1)]\}. \quad (13)$$

由涡度方程得出切变波的频散关系具有如下复数形式

$$\sigma = \frac{e[|\mathbf{K}|^2 + F + G'(\psi_s)]\delta}{\varepsilon_1(|\mathbf{K}|^2 + F)} \begin{vmatrix} \frac{\partial \psi_s}{\partial x} & \frac{\partial \psi_s}{\partial y} \\ k & l \end{vmatrix}$$

$$-i \frac{\varepsilon \left(\frac{r}{2} + \frac{|K|^2}{Re} \right) |K|^2}{\varepsilon_1 (|K|^2 + F)} \quad (14)$$

将式(14)代入式(13)得了切变波幅度随时间衰减的表达式

$$\frac{A(t)}{A_0} = \exp(-\beta t), \quad (15)$$

式中

$$\beta = \frac{\varepsilon \left(\frac{r}{2} + \frac{|K|^2}{Re} \right) |K|^2}{\varepsilon_1 (|k|^2 + F)}$$

当 $F \ll |K|^2$, 且波动只沿 X 方向传播时, 有如下近似式

$$\beta \approx \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \left(\frac{r}{2} + \frac{4\pi^2}{Re} \frac{1}{\lambda^2} \right). \quad (16)$$

我们称 β 为切变波幅度衰减指数. 由式(16)知, β 与波长平方成反比, 即波长越短衰减越快. 图2示出了 β 随波长的变化.

由式(15)得出的理论曲线(参变量入取0.5, 1和2)与卫星观测得出的切变波幅度衰减数据的对比见图3, 可以看出二者大体一致.

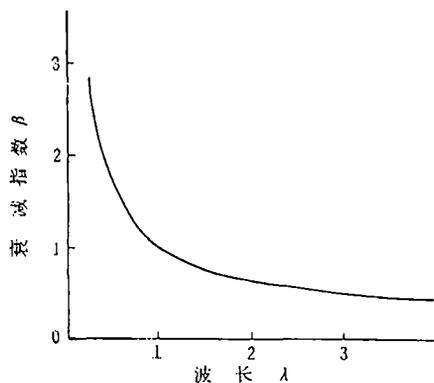


图2 切变波幅度衰减指数随波长的变化

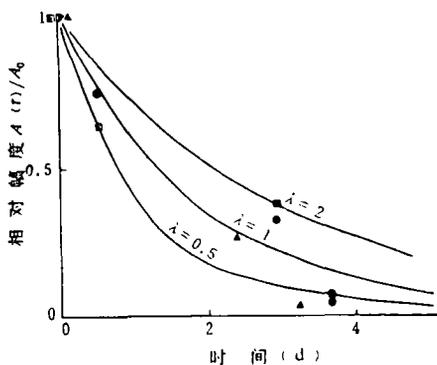


图3 切变波幅度的衰减

曲线为理论结果, 数据点是由卫星图像测得的哈特勒斯角以东湾流北侧一次切变波事件1982年3月27日至4月2日之间波幅的衰减过程

还应指出, 在切变波幅度衰减指数 β 的表达式中, 水平和垂直湍流粘性系数 A_H 和 A_V 均为制约因子. 它们的影响通过 β 表达式中的 r 和 Re 反应出来. 由此可知, 切变波幅度的衰减过程实际上是向周围水体输送能量的过程. 当切变波的能量消耗殆尽(幅度为0)之后, 切变流的边界上达到了新的平衡状态, 表现为新的稳定. 当外界扰动达到一定程度时, 新的切变波事件将再次出现.

三、讨 论

本研究成果所揭示的基本点为:

1. 由涡度方程导出的频散关系表明, 流速的水平切变是被研究波动发生的基本条件. 这说明这种波动确属切变波性质, 称之为切变波也是恰当的.

2. 切变波是一种普遍的海洋现象, 但又不是连续发生的定常现象. 流速切变是切变波发生的必要条件, 但不是充分条件. 只有在某种外部扰动作用下切变波才会被激发出来. 理论模拟表明, 在空间调和外力(骤置常条状风、移动条状风等)作用下可以激发起切变波. 潮汐激发说在切变波周期〔(27±10)h〕、阵发性和季节分布等方面遇到了困难. 而否定风应力激发机制的看法, 其依据似乎欠充分. 海底地形的作用是存在的.

3. 切变波在外部扰动激发下产生后, 其波幅有一不稳定成长过程. 在此过程中, 切变波单从外部扰动(如大气作用)中吸收能量则显然是不够的, 外部扰动仅可能对切变波初始阶段(从无到有)的能量有所贡献, 在随后的成长过程中, 还必须从切变流中吸收能量. 本文对这一不稳定性过程未做深入讨论, 留待今后进一步研究.

4. 由涡度方程导出的切变波幅度衰减模式与卫星观测数据大体一致. 该模式表明侧向摩擦是切变波能量耗散(主要表现为幅度衰减)的制约性因子.

5. 本工作的实践和初步成果表明, 卫星遥感为大、中尺度海洋现象的研究提供了新的机会. 特别是对动态过程的观测与分析, 更具有明显技术优势. 在海洋研究工作中, 这种优势应得到广泛开发.

对毛汉礼研究员、苏纪兰教授、周晓平研究员、冯士筵教授、方国洪研究员、恽才兴教授、陈则实研究员和张庆华副研究员对本工作提出的宝贵意见表示感谢. 对潘增弟、陈晓红、纪育强、于衍桂和吴伟同志在打字、绘图和编排等技术工作中提供的热忱帮助表示感谢.

参 考 文 献

- [1] Pillsbury, J. E., *The Gulf Stream*, Forr year ending June 1890, Rep. Supp., append. 10, U. S. Coastal and Geod. Surv., 1891.
- [2] Legeckis, R. V., Satellite observations of the influence of bottom topography on the seaward deflection of the Gulf Stream off Charleston, South Carolina, *J. P. O.*, 9 (1979), 483—497.
- [3] Lee, T. et al., Observations of a Gulf Stream frontal eddy on the Georgia continental shelf, April 1977, *Deep-Sea Res.*, 28 (1981), 347—378.
- [4] 郑全安等, 湾流北侧切变波卫星观测与发生机理研究, *海洋与湖沼*, 16 (1985), 1, 1—9.
- [5] Mollo-Christensen, E. et al., Method for estimation of ocean current velocity, from satellite images, *Science*, 212 (1981), 661—662.
- [6] Zheng Quanan and Yuan Yeli, Intermediate scale Wave motion in Shallow Water Shear current, *J. G. R.*, 91 (1986), C3: 3959—3965.
- [7] Luther, M. E., and J. M. Bane, Jr., Mixed instabilities in the Gulf Stream over the continental slope, *J. P. O.*, 15 (1985), 3—23.