

# 波浪谱在地形水流综合作用下的折射

李玉成 张春蓉

(大连工学院海洋工程研究所)

## 摘 要

根据波浪作用通量守恒原则, 本文分析了波浪谱在水流与地形综合作用下的折射计算方法, 提出了在平直海岸上受水流作用的折射计算程序WCINDS4. 按与规则波计算结果的对比, 给出了对比系数的诺谟图, 可供实际工程应用。

波浪在进入浅水区后, 通常将同时受到地形与水流的综合作用, 而波浪本身又具有随机量的性质, 因此它是一个波浪谱在地形水流综合作用下的折射变形分析的问题。虽然波浪与水流的相互作用已有很多研究成果, 但同时考虑水流与地形的综合影响的研究尚不多<sup>[1-3]</sup>, 而且它们都是按规则波现象进行分析的。研究波浪谱在地形与水流联合作用下的变形问题的成果还甚少见<sup>[4]</sup>。本文的目的旨在将作者关于规则波的研究结果应用于波谱条件, 并将波谱分析结果与规则波成果<sup>[1]</sup>进行对比, 阐明两种方法对波浪特征值的计算结果可能产生的偏差程度。文中所提供的有关波谱分析法与规则波分析法对比系数的图表可供工程实际应用的参考。

## 一、计算方法

本文方法系在下述条件下求得: 波浪传播时波浪作用通量守恒, 地形为平直海岸, 水流与等深线平行, 水流与波浪均为稳态过程, 计算时不计波浪在传播过程中的能量损失。

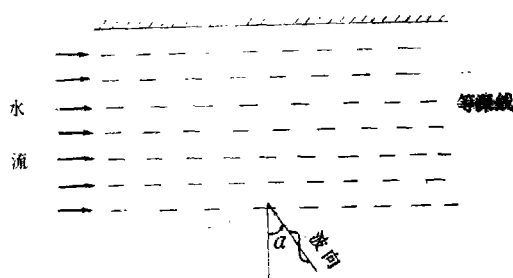


图1 波浪流态示意图

分析表明, 有关波浪、地形综合作用下波浪的非线性影响, 在通常波浪条件下, 在波浪破碎前波浪的非线性影响可以略去不计, 因而可以应用线性叠加原理在频域范围内将波浪频率谱的各组成波分别应用<sup>[1]</sup>中所述方法予以计算, 从而求得波浪谱受地形及水流综合影响后的变形结果。在本文分析中将只计频率谱的变形, 而未考虑波能方向分布对计算结果的影响。

本文1985年7月10日收到, 修改稿1986年1月5日收到。

• 本文系中国科学院科学基金资助课题的部分成果。

1) 李玉成、张春蓉, 规则波在水流、地形综合作用下的折射, 1984。

设波浪传播方向如图1所示, 在任意坐标点 $(x_m, y_n)$ 处第 $i$ 个组成波的波速为

$$C_{i m_n}(\omega_{i m_n}) = U_{m_n} \sin \alpha_{i m_n}(\omega_{i m_n}) + C_{r i m_n}(\omega_{i m_n}), \quad (1)$$

式中 $C$ 为其绝对波速,  $C_r$ 为该波相对于水流 $U_{m_n}$ 的波速,  $U$ 为该坐标点的水流速,  $\alpha$ 为该组成波传播方向与水流法线方向间的夹角,  $\omega$ 为波浪的圆频率.

在水流速不同的区域内, 该组成波沿水流方向的波数 $k$ 应保持不变, 即:

$$\begin{aligned} k_{i 0}(\omega_{i 0}) \sin \alpha_{i 0}(\omega_{i 0}) &= k_{i m_n}(\omega_{i m_n}) \sin \alpha_{i m_n}(\omega_{i m_n}) \\ &= k_{i m_n}(\omega_{i m_n}) \sin \alpha_{i m_n}(\omega_{i m_n}), \end{aligned} \quad (2)$$

下标“0”表示深水静水区的数值, 下标 $s$ 表示该坐标点处无流时的相应数值. 上式亦可表示为

$$\frac{C_{i 0}(\omega_{i 0})}{\sin \alpha_{i 0}(\omega_{i 0})} = \frac{C_{i m_n}(\omega_{i m_n})}{\sin \alpha_{i m_n}(\omega_{i m_n})} = \frac{C_{i m_n}(\omega_{i m_n})}{\sin \alpha_{i m_n}(\omega_{i m_n})}, \quad (3)$$

该组成波的相对圆频率 $\omega$ , 在不同水流区域是变化的, 而绝对圆频率 $\omega$ 则不变, 它们间具有下述关系

$$\omega_{i 0} = \omega_{i m_n} = \omega_{i m_n}, \quad (4)$$

$$\text{及} \quad \omega_{r i m_n} = \omega_{i m_n} - k_{i m_n}(\omega_{i m_n}) U_{m_n} \sin \alpha_{i m_n}(\omega_{i m_n}), \quad (5)$$

由此可得任意点处波速的变化为

$$\begin{aligned} \frac{C_{i m_n}(\omega_{i m_n})}{C_{i m_n}(\omega_{i m_n})} &= \left[ 1 - \frac{U_{m_n}}{C_{i m_n}(\omega_{i m_n})} \sin \alpha_{i m_n}(\omega_{i m_n}) \right]^{-2} \\ &\cdot \frac{\text{th} k_{i m_n}(\omega_{i m_n}) d_{m_n}}{\text{th} k_{i m_n}(\omega_{i m_n}) d_{m_n}} = \beta_{i m_n}, \end{aligned} \quad (6)$$

如与深水无流区相比, 则为

$$\frac{C_{i m_n}(\omega_{i m_n})}{C_{i 0}(\omega_{i 0})} = \beta_{i m_n} \text{th} k_{i m_n}(\omega_{i m_n}) d_{m_n}. \quad (7)$$

式(6)、(7)应利用迭代法计算.

在绝对频域中, 在水流和地形的作用下任意点 $(x_m, y_n)$ 处波谱密度的变化可由下式计算<sup>[5]</sup>

$$S_{\psi \psi m_n}(\omega_{i m_n}) = |Y_{\psi m_n}|^2 S S_{\psi \psi m_n}(\omega_{i m_n}), \quad (8)$$

$$\text{或} \quad S_{\psi \psi m_n}(\omega_{i m_n}) = |Y_{\psi 0 m_n}|^2 S S_{\psi \psi 0}(\omega_{i 0}), \quad (9)$$

上式中 $Y_{\psi m_n}$ 为同点静水与流水相比的波能传递函数,  $Y_{\psi 0 m_n}$ 为该点有流时与深水无流区相比的波能传递函数, 它们可由通过流速不同的二个区域中任意二条波能传递方向线间波浪作用通量保持守恒的原则求得, 它们可表述为

$$\begin{aligned} e_{i m_n}(\omega_{i m_n}) \frac{E_{i m_n}(\omega_{i m_n})}{\omega_{r i m_n}} \vec{C}_{i s a n m}(\omega_{i m_n}) \\ = e_{i m_n}(\omega_{i m_n}) \frac{E_{i m_n}(\omega_{i m_n})}{\omega_{i m_n}} \vec{C}_{i s a n m}(\omega_{i m_n}) \end{aligned}$$

$$= e_{i_0}(\omega_{i_0}) \frac{E_{i_0}(\omega_{i_0})}{\omega_{i_0}} \vec{C}_{i_0}(\omega_{i_0}), \quad (10)$$

在深水中  $C_{i_0}(\omega_{i_0}) = \frac{1}{2} C_{i_0}(\omega_{i_0}), \quad (11)$

在浅水静水中

$$C_{i_0}(\omega_{i_0}) = \frac{1}{2} C_{i_0}(\omega_{i_0}) A_{i_0}(\omega_{i_0}), \quad (12)$$

及  $A_{i_0}(\omega_{i_0}) = 1 + \frac{2k_{i_0}(\omega_{i_0})d_{i_0}}{\sinh \cdot 2k_{i_0}(\omega_{i_0})d_{i_0}}, \quad (13)$

在浅水有流区

$$\vec{C}_{i_0}(\omega_{i_0}) = \vec{C}_{i_0}(\omega_{i_0}) + \vec{U}_{i_0}, \quad (14)$$

而  $C_{i_0}(\omega_{i_0}) = \frac{1}{2} C_{i_0}(\omega_{i_0}) A_{i_0}(\omega_{i_0}), \quad (15)$

及  $A_{i_0}(\omega_{i_0}) = 1 + \frac{2k_{i_0}(\omega_{i_0})d_{i_0}}{\sinh \cdot 2k_{i_0}(\omega_{i_0})d_{i_0}}, \quad (16)$

上述各式中  $e$  为二相邻波能射线间的宽度,  $C_s$  为波能传递速度, 经过适当变换可得

$$Y_{i_0}^2 = \frac{A_{i_0}(\omega_{i_0})}{A_{i_0}(\omega_{i_0})} \frac{C_{i_0}(\omega_{i_0})}{C_{i_0}(\omega_{i_0})} \frac{\cos \alpha_{i_0}(\omega_{i_0})}{\cos \alpha_{i_0}(\omega_{i_0})}, \quad (17)$$

及  $Y_{i_0}^2 = \frac{1}{A_{i_0}(\omega_{i_0})} \frac{C_{i_0}(\omega_{i_0})}{C_{i_0}(\omega_{i_0})} \frac{\cos \alpha_{i_0}(\omega_{i_0})}{\cos \alpha_{i_0}(\omega_{i_0})}. \quad (18)$

而该组成波的折射角则由下式求得

$$\begin{aligned} \sin \alpha_{i_0}(\omega_{i_0}) &= \left[ 1 - \frac{U_{i_0}}{C_{i_0}(\omega_{i_0})} \sin \alpha_{i_0}(\omega_{i_0}) \right]^{-2} \\ &\quad \cdot \frac{\text{th} k_{i_0}(\omega_{i_0}) d_{i_0}}{\text{th} k_{i_0}(\omega_{i_0}) d_{i_0}} \sin \alpha_{i_0}(\omega_{i_0}), \end{aligned} \quad (19)$$

或  $\sin \alpha_{i_0}(\omega_{i_0}) = \left[ 1 - \frac{U_{i_0}}{C_{i_0}(\omega_{i_0})} \sin \alpha_{i_0}(\omega_{i_0}) \right]^{-2} \cdot \text{th} k_{i_0}(\omega_{i_0}) d_{i_0} \sin \alpha_{i_0}(\omega_{i_0}). \quad (20)$

## 二、计算结果

按上述方法, 采用 Pierson-Moskowitz 波谱在下述范围内进行波浪谱受地形及水流综合作用的折射计算: (1) 有效波高取为 2.0m 及 6.0m, 计算水深大体上自深水到波浪破

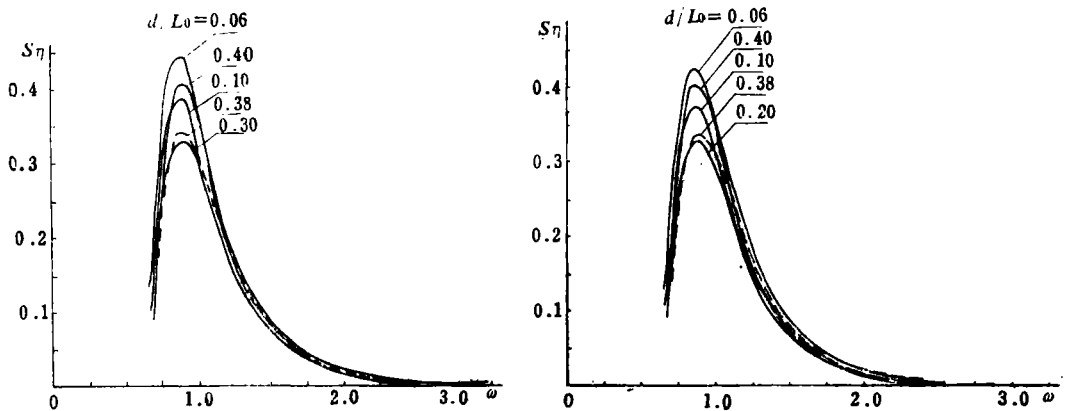
碎前，相应无因次值  $d/gT^2 = 0.01 \sim 0.06$ ，相当于水深对深水特征波长比  $d/L_0 = 0.06 \sim 0.40$ ， $L_0$  为按波谱平均周期由线性波理论所求得之深水波长；(2) 流速比  $U_0/C_0 = -0.20 \sim +0.25$ ， $U_0$  为深水处水流速， $C_0$  为按线性波理论由平均周期所求得的深水波速；水流速在不同水深处均相等未发生变化；(3) 深水波的入射角  $\alpha_s = 0^\circ \sim 80^\circ$ 。所得谱特征值结果与作者的规则波分析成果相比较，绘成波高比、波折射比及波周期变化率的诺谟图。

上述范围和条件的选择是基于如下考虑而确定的：

(1) 由作者的分析<sup>1)</sup>可知，计算点波浪的变形只取决于该点的流速而与该点前方流速的变化情况无关，因而计算中可仅取水流的无因次量  $U_0/C_0$  作为计算参数之一。

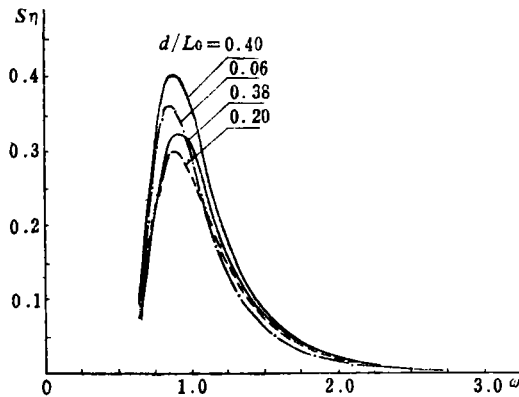
(2) 由作者的分析<sup>1)</sup>，波浪的非线性影响不大，故可用线性叠加原理进行计算。

(3) 作者另一篇文章<sup>2)</sup>的计算表明波特征值相同而谱形式不同时对波谱变形的特征值



(a) PM谱  $H=2.0\text{m}$ ,  $U=0.0\text{m/s}$   $\alpha_s=0^\circ$

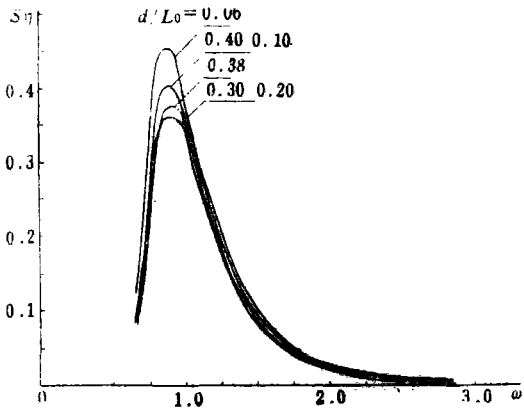
(b) PM谱  $H=2.0\text{m}$   $U=0.0\text{m/s}$   $\alpha_s=20^\circ$



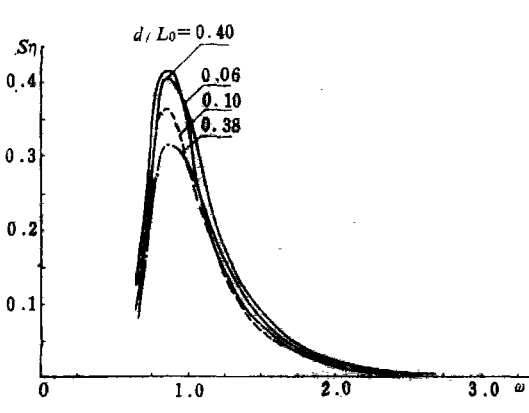
(c) PM谱  $H=2.0\text{m}$   $U=0.0\text{m/s}$   $\alpha_s=40^\circ$

图2 波浪谱密度曲线变形图

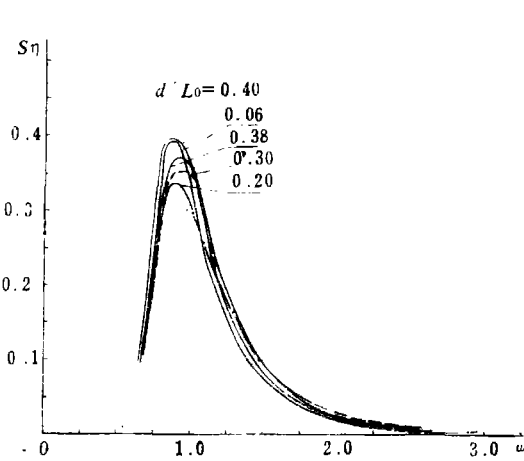
2)李玉成，缓坡上波浪谱在流作用下的变形，1985。



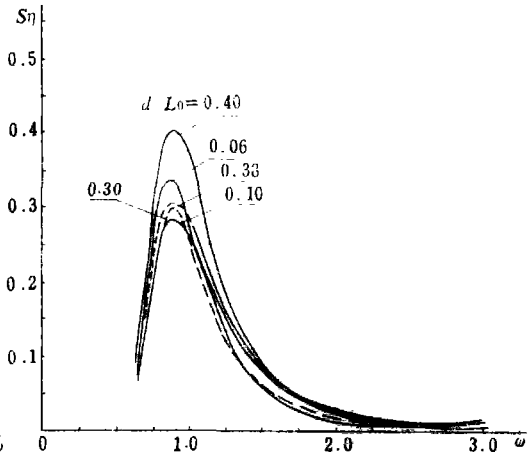
(a) PM谱  $H=2.0\text{m}$   $U=-1.5\text{m/s}$   $\alpha_s=20^\circ$



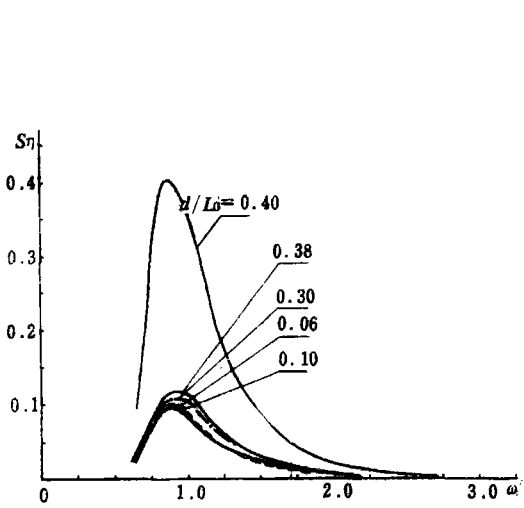
(a) PM谱  $H=2.0\text{m}$   $U=-1.0\text{m/s}$   $\alpha_s=20^\circ$



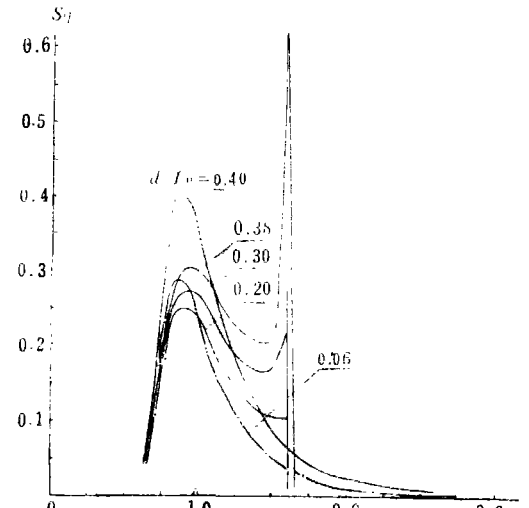
(b) PM谱  $H=2.0\text{m}$   $U=-1.5\text{m/s}$   $\alpha_s=40^\circ$



(b) PM谱  $H=2.0\text{m}$   $U=-2.0\text{m/s}$   $\alpha_s=40^\circ$



(c) PM谱  $H=2.0\text{m}$   $U=-1.0\text{m/s}$   $\alpha_s=60^\circ$



(c) PM谱  $H=2.0\text{m}$   $U=1.0\text{m/s}$   $\alpha_s=5.0^\circ$

图3 波谱密度曲线变形图

图4 波谱密度曲线变形图

有可能会有一些影响。在本文计算中只取PM谱进行计算并与规则波的结果相对比，这一比较虽不尽全面但仍可反映不规则波与规则波两种方法差异的主要特征。

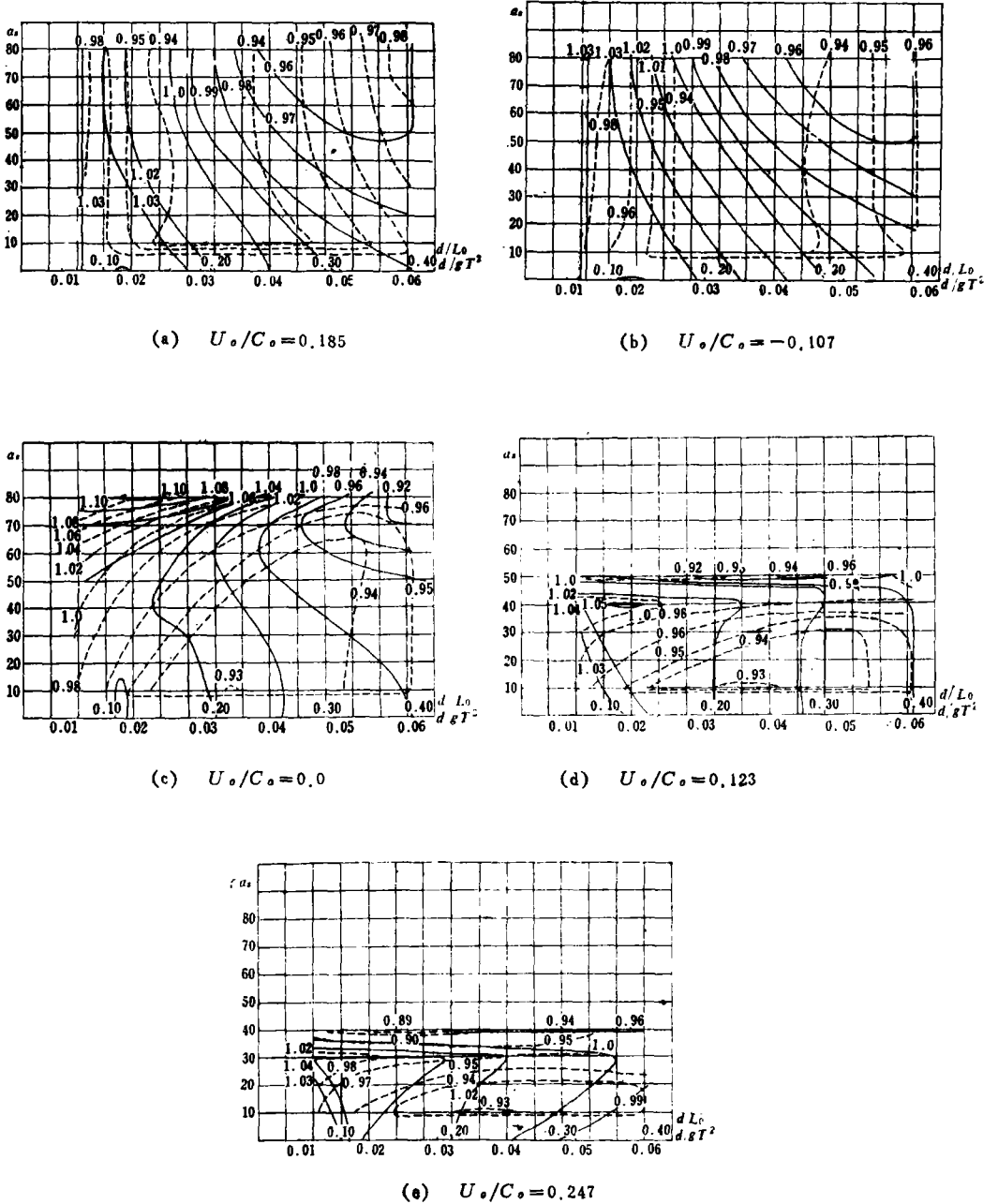
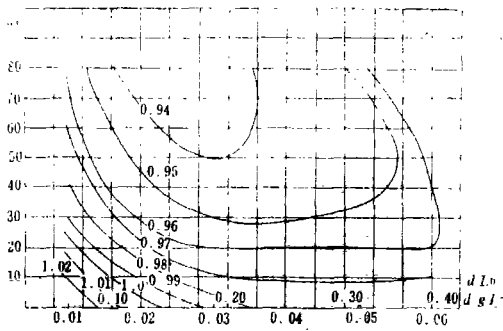
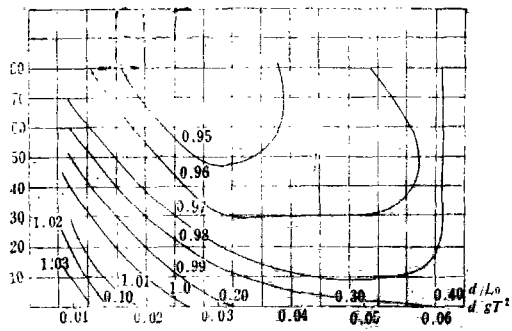


图5 频率谱特征波高与规则波波高比 $H/H_R$ 及折射角比 $\alpha/a_R$

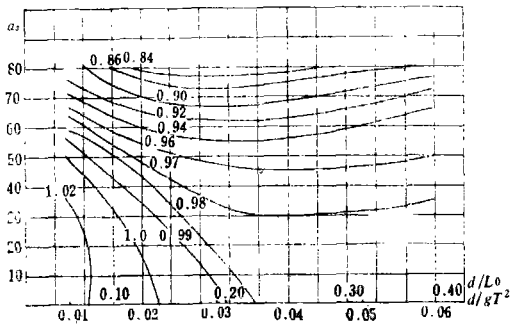
—  $H/H_R$  .....  $\alpha/a_R$



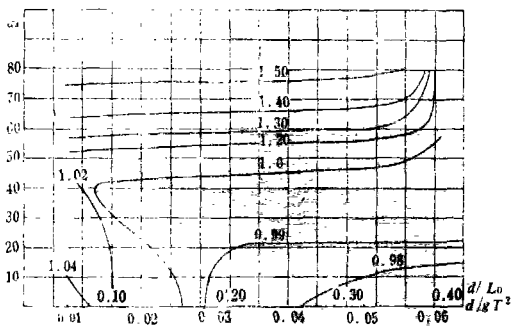
(a)  $U_0/C_0 = -0.185$



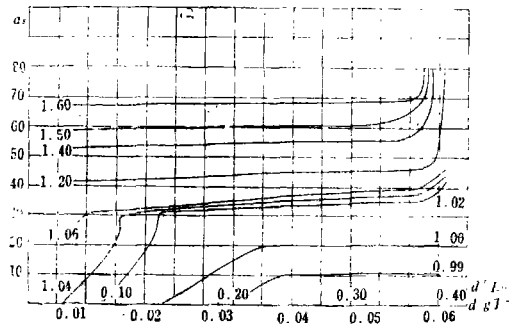
(b)  $U_0/C_0 = -0.107$



(c)  $U_0/C_0 = 0.0$



(d)  $U_0/C_0 = 0.123$



(e)  $U_0/C_0 = 0.247$

图6 变形后频率谱周期与变形前周期之比 $T/T_0$

图2—4为有效波高为2.0m的PM谱在若干典型情况下在不同水深处谱密度曲线的变形情况。图2为无流情况下,当波入射角不等时波谱在不同水深处的变形状况,当 $\alpha=0^\circ\sim 40^\circ$ 时,波谱变形的情况和规则波变形情况相似,波谱面积随水深的减小先减小而后又增大;

谱峰位置变化甚少；高频部分的变化小于低频部分：当入射角 $\alpha_r=80^\circ$ 时，由于浅水区波能的辐射作用，浅水区波谱面积始终小于深水区值。图3为逆流的情况，此时水流与地形对于波浪折射具有相同的效应，波谱变形的趋势与图2大体相仿。图4为顺流时情况，和规则波的波浪折射相仿，顺流对某些频率的组成波将产生幅聚效应而使该频率区的波谱密度大增，大于这种频率的组成波就将顺流而下不再向浅水区传播：由图还可看到高频区谱变形大于低频区，这是显而易见的。

图5—6为波谱变形特征值与规则波变形值之比的一套诺谟图。图5为波高比 $H/H_r$ 下标 $R$ 表示规则波情况的结果，以及波浪折射角比 $\alpha/\alpha_r$ 的诺谟图。由图5可见，在逆流区 $H/H_r$ 值甚接近于1，即波谱计算结果与规则波值很相近，在计算范围内，相差值均在 $\pm 4\%$ 以内。无流时相差可增大到约10%，顺流时二者相差更大，最大可达16%左右。图中无曲线区表示此时已无法计算结果，因而可认为在顺流与无流情况下两种方法的差别将不容忽视，应当认为此时谱分析结果将更符合实际些，折射角比的情况与波高相似，逆流时两种方法的折射角比 $\alpha/\alpha_r$ 接近于1.0，在计算范围内相差小于4%；无流时与顺流时的相差度加大，最大可超过10%，但鉴于海上波向不易准确确定，这种误差在工程设计和计算上可能是容许的，图5向人们提供了两种方法的对比，指出折射角计算偏差的趋向。图6为波周期比 $T/T_r$ 诺谟图，其变化与图5有相似之处，逆流时周期变化甚小，一般相差 $<5\%$ ，无流与顺流时相差值急剧增大，无流时两种方法相差可达20%，顺流时在计算范围内最大相差可达70%，这样大的偏差主要出现在大入射角的浅水区，由计算可知这是由于此时相当一部分高频波已为水流所滤掉不再向浅水区传播，而继续传入浅水区的低频部分波谱的特征波周期自然要加大，甚至大为增大。图6还说明由于流的影响，特征波周期随条件的变异有可能加大也可能减小，这也许可间接说明为何一些实测资料得出浅水波周期较深水值或变大或变小的一些矛盾数据。

### 三、结 语

从本文上述的分析与计算可以得出如下的一些结论：

(1) 波浪谱在地形与水流综合作用下的变形与规则波情况大体相仿，但具体结果则不尽相同，应当认为谱分析结果更符合于自然状况。

(2) 对于波谱密度曲线的变形来说，无流与逆流时谱变形具有通常的规律；但在顺流区在相当大的入射角条件下，由于高低频组成波所受的折射效应不等，高频区组成波在顺流作用下将产生幅聚效应使高频区谱密度大增，进而此部分组成波将顺流而下不再向浅水区传递。

(3) 逆流时计算所得的波谱特征值与规则波计算结果相近，偏差值甚小。无流时与顺流时偏差度加大。偏离较大的区域主要在入射角较大（接近临界角时）的浅水区。在这个区域中由于规则波仅为单频而波谱系由众多频率的组成波所合成，因而相差甚大。在这些区域更应采用波谱分析法。

文中计算及绘图由徐万力同志完成，特此致谢。



## 参 考 文 献

- [1] Jonsoon, I.G., Combinations of waves and currents, Institute of Hydraulic Engineering, Technical University of Denmark, 1979.
- [2] Christoffersen, J.B., Current depth refraction of dissipative water waves, Institute of Hydrodynamics and Hydraulics Engineering, Technical University of Denmark, *Series Papers*, No.30, 1982.
- [3] Iwagaki, Y. etc., *Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto University*, 27(1977), Part2, No.248.
- [4] Chen, Y.H. and Wang, H., *Jour. Geoph. Res.*, 88 (1983), C14: 9851—9863.
- [5] 李玉成, 波浪谱在水流作用下的变化, *海洋工程*, 4(1986), 1: 1—11.