

# 热带东风中经向扰动与 纬向扰动的相互作用\*

左中道

(山东海洋学院物理海洋和海洋气象系,青岛)

## 摘 要

本文解释了热带大尺度大气运动速度的分布,从线性化涡度方程和散度方程求出了波速公式。该公式等于罗斯贝波速与含有 $X$ 和 $t$ 的谐和函数之和,其周期约3.5天。并证明,此时扰动为正压不稳定,这种现象的产生是经向扰动和纬向扰动相互作用的结果。

由于热带水的平均温度梯度比温带的小一个量级,除在发展强大的气旋区外,也不存在明显的锋区。

Charney和Eliassen<sup>[1]</sup>以及Ooyama<sup>[2]</sup>分别提出了第二类条件性不稳定的概念,首先成功地模拟出了台风的发生。从能量转换的角度看,第二类条件性不稳定实际上也就是斜压不稳定,它与一般的斜压不稳定的差别是,其斜压场不是来自予先存在的锋区,而是通过凝结潜热的释放在云区形成高温区,从而造成局部的水平温度梯度区。这就意味着,只有当云团发展到足够的程度时才会反过来使扰动发展,因此,热带东风初期扰动的能源只能从正压转换进行讨论。

作者<sup>[3]</sup>曾通过对一个月的热带东风带中850hpa上风的资料分析,发现了热带扰动的某些重要特征,其要点是:

1. 热带东风中风速的分布与流线的曲率有关。除已发展成较强的气旋区外,在槽脊之间曲率较大的区域中,风速较小;而在槽脊之间曲率较小的区域中,风速较大。

2. 热带东风波中槽脊的西移速度是不等的,且两者具有反位相的周期变化。即当槽西移快时,脊西移慢;当槽西移减慢时,脊西移加快。这个波速变化的周期约3—4天。

3. 由于槽脊移速的不同,使原为正弦型扰动的流线变形。当槽西移快,脊西移慢时,就会使槽与其前的脊之间的距离缩短,而使槽与其后的脊之间的距离拉长。因而,虽然一个波长保持不变,但槽前的半波长与其后的半波长的距离是不等的,如图1所示。

本文1984年6月1日收到。

• 贾艳丽同志也参加了本文的部分工作。

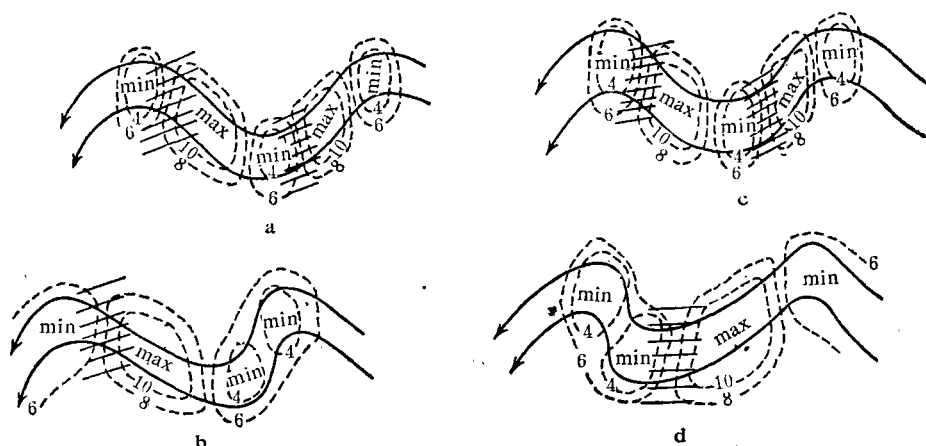


图1 实线为流线 虚线为等风速线

4. 根据上述风的分布, 当流线有正弦形扰动时, 一个波含有两个最小风速区和两个最大风速区, 前者分别位于槽和脊处, 后者位于槽脊之间, 显然, 最大风速区与其西部的最小风速区之间为辐合区, 故一个波中含有两个辐合区, 它们分别位于槽脊之后, 如图1的a、c中的阴影区, 而在非正弦形扰动中, 在槽脊间距离短的半波段中, 曲率变大, 因而该区中原来的大风速区减弱消失变成小风速区, 此时一个波中含有一个最大风速区和一个最小风速区, 因而只有一个辐合区, 如图1b、d中的阴影区。

5. 上述情况是在大气的较低层(850hpa)上, 在热带, 一般的低层辐合区就是云团的区域, 所以在热带东风波中, 当其流型为正弦形时, 一个波中可含两个云团; 当流型变为非正弦形时, 波距长的半波段中原来的云团加强, 而在波距短的半波段中原来的云团则会减弱以至消失, 此时, 一个波中只含有一个云团, 这与中纬西风波中, 一个波中只含有一个云区是不同的, 由于热带扰动的这种变化周期为3—4天, 云团往往会在一天内产生或消失。

上述热带大气运动的重要特征, 与中纬西风带的大气运动特征完全不同, 首先, 中纬西风波动中槽脊处的风并不比槽脊间的风速小, 第二, 西风波的相速没有周期性变化, 第三, 西风带中“天气系统”与“气压系统”是密切配合的, 而不象热带的云区处于槽脊之后, 但是上述的热带的一些结论, 只是通过一个月的资料分析得到的, 它是否具有普遍意义, 或者从动力学上能否证明热带扰动具有这些特征, 这就是本文所要讨论的问题。

## 一、模式及解

热带东风扰动中, 风速的分布与流线曲率的密切关系, 在作者的另一文<sup>[3]</sup>中对这种现象的原因进行过讨论, 实际上是个简单的梯度风关系, 在槽处, 由梯度风关系式, 如果实际风为梯度风速, 则有

$$V = V_g - V^2 / fr, \quad (1)$$

其中,  $r$  为流线的曲率半径, 由于热带的  $f \sim 10^{-5} \text{秒}^{-1}$ , 因而式(1)中右边第二项中,  $r \sim 10^6 \text{m}$  的槽处, 第二项与第一项同量级, 而在槽脊间,  $r$  的量级大于  $10^6 \text{m}$ , 即热带槽处风速小的

原因。

$$\text{在脊处风速应为} \quad V = -\frac{fr}{2} - \sqrt{\frac{f^2 r^2}{4} + frV_s}, \quad (2)$$

$$\text{因而, 脊处必须满足} \quad V_s \leq \frac{f|r|}{4}. \quad (3)$$

这就是说, 脊处气压梯度须要很小, 使其相应的地转风速的量级为 $10^6$  m/s才行。因而实际风也必须在槽脊间 $r$ 的量级大于 $10^6$  m处的风小才可。

热带 $f$ 量级比中高纬小一级而造成的风的这种特征, 在数字上可表达为

$$v = v' = (V_r + iV_i) \exp(ik_1 x - i\omega_1 t), \quad (4)$$

$$u = \bar{u} + u' = \bar{u} + (U_r + iU_i) \exp(ik_2 x - i\omega_2 t). \quad (5)$$

其中 $u$ 和 $v$ 分别代表 $x$ 和 $y$ 方向的风速分量,  $\bar{u}$ 为平均西风, 作为常数处理,  $V$ 和 $U$ 分别代表扰动量 $v'$ 和 $u'$ 的振幅,  $k_1$ 和 $k_2$ 分别表示经向和纬向扰动的波数, 撇号表示对平均值的扰动量, 它们满足以下关系:

$$k_2 = 2k_1. \quad (6)$$

在热带, 开尔文波是平均西风的波动, 为超长波系统, 符合地转关系。而长波不符合地转关系。因而, 我们假定, 在热带的长波扰动仅表现在流场上, 而位势 $\Phi$ 只符合地转关系的平均场, 不受扰动的影响, 即

$$\Phi = \bar{\Phi}, \quad \bar{u} = -\frac{1}{f} \partial \bar{\Phi} / \partial y. \quad (7), (8)$$

由此, 线性化后的涡度方程和散度方程分别为

$$\frac{\partial \xi'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \xi'}{\partial x} + \beta v' + f \delta' = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \delta'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \delta'}{\partial x} + \beta u' - f \xi' = 0. \quad (10)$$

其中 $\xi'$ 和 $\delta'$ 分别为扰动涡度和散度。式(9)和(10)即为我们所要讨论的方程。由于 $\bar{u}$ 为常数的假定, 使得方程组中不含有平均风的切变项, 平均风的切变随纬度的变化, 对平均动能和扰动动能间的转换有直接关系, 而本文的目的是要讨论在热带平均东风上同时存在经向和纬向两个扰动时, 这两种扰动之间所产生的相互作用。从正压转换角度讲, 是两种扰动能量间的转换, 所以方程组中不含有平均风切变项, 对本文目的没有影响。

将式(4)、(5)代入(9)、(10), 得到

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \omega_1}{\partial x} + t \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial x \partial t} + \bar{u} t \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial x^2} - f \frac{U_r + iU_i}{V_r + iV_i} \left( k_2 - t \frac{\partial \omega_2}{\partial x} \right) e^{\Delta \omega_1} \times \exp(i \Delta k x - i \Delta \omega t) \\ & + \left( k_1 - t \frac{\partial \omega_1}{\partial x} \right) \left( \omega_1 + t \frac{\partial \omega_1}{\partial t} \right) i - \bar{u} \left( k_1 - t \frac{\partial \omega_1}{\partial x} \right)^2 i + \beta i = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{\partial \omega_2}{\partial x} + t \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial x \partial t} + u t \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial x^2} + f \frac{V_r + iV_i}{U_r + iU_i} \left( k_1 - t \frac{\partial \omega_1}{\partial x} \right) e^{-\Delta \omega_i t} \times \exp(-i\Delta kx + i\Delta \omega t) \\ + \left( k_2 - t \frac{\partial \omega_2}{\partial x} \right) \left( \omega_2 + t \frac{\partial \omega_2}{\partial t} \right) i - u \left( k_2 - t \frac{\partial \omega_2}{\partial x} \right)^2 i + \beta i = 0. \quad (12)$$

其中  $\Delta k = k_2 - k_1$ ,  $\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 = \Delta \omega_r + i\Delta \omega_i$ .

式 (11) 和 (12) 是非常复杂的, 直接求解是困难的. 因此, 先对二式进行量级估计, 依量级的大小作简化后再求近似解.

热带的地转特征尺度  $f \sim 10^{-5} s^{-1}$ , 特征水平尺度  $L \sim 10^6 m$ , 特征速度  $u \sim c \sim 10^1 m \cdot s^{-1}$ , 特征时间  $\tau \sim \frac{L}{c} \sim 10^5 s$ . 因而特征频率  $\omega \sim 10^{-5} s^{-1}$ . 但是  $\omega$  对  $t$  或  $x$  的微商项的量级并不等于  $\omega$  特征量对  $t$  或  $x$  特征量的比值. 后面将会见到,  $\omega$  含有与因子  $\exp(i\Delta kx - i\Delta \omega t)$  的乘积项. 该因子的值从 1 到 0 变化, 平均约 0.6, 故这项的量级比各有关特征量的比值小一级. 另外, 以后将证明,  $\Delta \omega_i$  的最大量级为  $10^{-5} s^{-1}$ , 因而  $e^{\Delta \omega_i t} \sim e$ . 于是式 (11) 中  $u k_1^2$ ,  $\beta$  两项的量级都为  $10^{-11} m^{-1} \cdot s^{-1}$ ,  $f k_2 e^{\Delta \omega_i t} \exp(i\Delta kx - i\Delta \omega t)$  的量级为  $10^{-11} (m \cdot s)^{-1}$ , 其它各项的量级为  $10^{-12} (m \cdot s)^{-1}$ . 同样道理, 式 (12) 可作类似的量级估计, 式 (11) 和 (12) 的零级近似可分别为

$$\omega_1 = k_1 u - \frac{\beta}{k_1} - i \frac{f k_2}{k_1} \frac{U_r + iU_i}{V_r + iV_i} e^{\Delta \omega_i t} \exp(i\Delta kx - i\Delta \omega t), \quad (13)$$

$$\omega_2 = k_2 u - \frac{\beta}{k_2} + i \frac{f k_1}{k_2} \frac{V_r + iV_i}{U_r + iU_i} e^{-\Delta \omega_i t} \exp(-i\Delta kx + i\Delta \omega t). \quad (14)$$

## 二、波的相速

我们取式 (13)、(14) 的实部得:

$$C_{1r} = u - \frac{\beta}{k_1^2} + \frac{f k_2^2 U_0}{k_1^2 V_0} e^{\Delta \omega_i t} \sin(\Delta kx - \Delta \omega t + \alpha), \quad (15)$$

$$C_{2r} = u - \frac{\beta}{k_2^2} + \frac{f k_1 V_0}{k_2^2 V_0} e^{-\Delta \omega_i t} \sin(\Delta kx - \Delta \omega t + \alpha), \quad (16)$$

其中  $U_0^2 = U^2 + U_i^2$ ,  $V_0^2 = V^2 + V_i^2$ ,  $\text{tg} \alpha = (U_i V_r - U V_i) / (U V_r + U_i V_i)^{-1}$ .  $C_{1r}$  表示  $v'$  扰动 (即长波) 的波速,  $C_{2r}$  表示  $u'$  扰动的波速.

由式 (15)、(16) 可以看到, 如果仅有  $v'$  的扰动, 而没有  $u'$  的扰动, 即  $k_2 = 0$ , 则  $v'$  的波速等于罗斯贝波速, 但当两种扰动同时存在时, 它们相互作用使两扰动的相速多了一个附加项. 由于  $U_0$  和  $V_0$ ,  $k_2$  和  $k_1$  的量级分别相同, 因而该项的量级为  $f/k_{1,2} \sim 10^1$ , 与罗斯贝波速的量级相同, 因而该项对波的移速造成显著影响.

由于  $u'$  的波速与  $v'$  的波速性质完全一样, 现在仅讨论附加项对  $v'$  的作用. 当  $\Delta k \neq 0$  时, 该附加项的一个主要特点是, 它含有  $x$  和  $t$  的正弦函数. 因而波的移速随时间有周期性变

化, 时快时慢, 即长波的移速是在以罗斯贝波速为平均值的上下振动, 而且同一时刻, 波的不同波段中, 移速也不相同. 相差  $\Delta k/\pi$  距离的点, 移速的大小相等而方向相反.

为了进一步讨论波本身的性质, 采用动坐标  $(x', y')$ , 设坐标以罗斯倍波速移动, 则  $x' = x - c_R t$ ,  $y' = y$ , 而  $C_R = \bar{u} - \beta/k_1^2$ . 并取  $k_2 = 2k_1$ , 且设  $\Delta\omega_i = \omega_{2i} - \omega_{1i} \approx k_1 \bar{u} + \beta/2k_1$ ,

$$\text{于是波速的附加项为 } C'_{1i} = \frac{2fU_0}{k_1 V_0} e^{\Delta\omega_i t} \sin\left(k_1 x' - \frac{3\beta}{2k_1} t + \alpha\right). \quad (17)$$

由式 (17) 我们可以看到, 波速的振动频率为  $3\beta/2k_1$ , 如取波长为 4000km, 则振动周期为 3.5 天. 这说明, 在热带东风波的波速是以罗斯贝波速为平均值上下振动, 当波槽加快时, 波脊减慢; 当波脊加快时, 波槽减慢, 这种快慢变化的周期为 3.5 天.

### 三、波的不稳定度

取式 (13)、(14) 的虚部, 我们就得到  $v'$  和  $u'$  扰动的加幅率:

$$\omega_{1i} = -\frac{fk_2 U_0}{k_1 V_0} e^{\Delta\omega_i t} \cos(\Delta k x - \Delta\omega_i t + \alpha), \quad (18)$$

$$\omega_{2i} = \frac{fk_1 V_0}{k_2 U_0} e^{-\Delta\omega_i t} \cos(\Delta k x - \Delta\omega_i t + \alpha). \quad (19)$$

由以上二式可以看到, 仅当存在一个扰动时, 波为中性的. 而当二垂直扰动同时存在时, 在它们的相互作用下, 就出现了波的不稳定现象.

波的加幅率特点是, 当  $\Delta k \approx 0$  时, 加幅率为  $x$  和  $t$  的余弦函数. 即扰动振幅的大小随时间具有周期性变化, 有时加幅, 有时减幅. 而在同时刻, 在不同波段处, 其加幅率也不相同, 有的波段加幅, 有的波段减幅.

比较式 (18)、(19), 其质的差别仅为反号. 因而  $u'$  和  $v'$  的振幅变化是反相的, 一个加强时, 另一个必减弱. 这是我们预期的结果. 因为这种波的不稳定度, 既不是斜压的, 也不是平均动能与扰动动能间相互转换的那种正压的. 这种不稳定虽为正压不稳定, 但其能量转换是  $u'$  和  $v'$  两种扰动动能间的转换. 所以一个增大时, 另一个必减小. 这种加幅率的最大量级与  $f$  的量级相同, 一天的时间可使  $v'$  或  $u'$  增大  $e$  倍, 因而是不可忽视的.

如上节中那样, 取动坐标, 且取  $k_2 = 2k_1$ ,  $\Delta\omega = k_1 \bar{u} + \beta/2k_1$ , 则有

$$\omega_{1i} = -\frac{2fU_0}{V_0} e^{\Delta\omega_i t} \cos\left(k_1 x' - \frac{3\beta}{2k_1} t + \alpha\right), \quad (20)$$

$$\omega_{2i} = \frac{fV_0}{2U_0} e^{-\Delta\omega_i t} \cos\left(k_1 x' - \frac{3\beta}{2k_1} t + \alpha\right). \quad (21)$$

从以上二式看出, 扰动振幅随时间变化的周期也约为 3.5 天.

由于式中  $e^{\Delta\omega_i t}$  因子的作用, 加幅的程度不会很大, 由式 (20) 和 (21) 得:

$$\Delta\omega_i = \left( \frac{2fU_0}{V_0} e^{\lambda\omega_i t} + \frac{fV_0}{2U_0} e^{-\lambda\omega_i t} \right) \cos\left(k_1 x' - \frac{3\beta}{2k_1} t + \alpha\right). \quad (22)$$

式中 $\Delta\omega_i$ 表示加幅的程度. 如当 $\Delta\omega_i > 0$ 时,  $v'$ 是减幅的. 由式(20)知, 此时的 $\cos(k_1 x' - \frac{3\beta}{2k_1} t + \alpha) < 0$ . 故由式(22)可知, 此时 $\Delta\omega_i < 0$ , 表明增幅程度不会很大.

#### 四、结论与问题

在热带扰动中, 流线的曲率大处风速小; 而当曲率小处风速大的这种特征是很明显的. 例如在Atkinson的热带气象学手册一书<sup>[4]</sup>中的好多图例, 上述现象是很清楚的. 但是这一现象所导致的动力学问题没有引起人们的注意. 作者在另一文章<sup>[5]</sup>中指出, 扰动的一个波中含有两个云团和一个云团以3—4天为周期性变化的现象, 就是风的上述分布原因造成的.

热带风场的上述分布只是简单的梯度风原理, 在热带特别明显是由地转参数 $f$ 比中纬度小一个数量级造成的.

热带扰动中风的这种分布特征, 从数学上讲可以表达为经向扰动和纬向扰动同时存在. 且两个扰动的波长不同. 这两种扰动的相互作用造成扰动相速度等于罗斯贝波速加了一个附加项, 而附加项为 $x$ 和 $t$ 的谐和函数, 其周期平均约3.5天.

两种扰动的相互作用不仅使扰动的移动速度具有周期性变化, 且造成扰动不稳定, 其加幅率也为周期性变化. 这是两种扰动动能之间互相转换的正压不稳定.

作者将在另一文<sup>[6]</sup>中指出, 两种扰动相互作用也使涡度和散度具有周期性变化. 这种作用造成近赤道处的脊后涡度加强, 而此时散度中心又位于涡度中心之后, 这与早已注意到的, 且被方宗义的统计结果所证实的一个重要现象<sup>[6]</sup>是一致的, 这个现象就是在台风发生的初期, 云区中心不与台风中心重合, 多位于其东北部. 但我们进一步发现, 两种扰动相互作用本身并不足以使台风发生, 而必须与越赤道气流相结合. 然而, 如果没有上述机制的配合, 仅越赤道气流的作用, 也不可能形成台风.

#### 参 考 文 献

- [1] Charney, J.G. and A. Eliassen, *Jour. Atmos. Sci.*, 1964, 21, 68—75.
- [2] Ooyama, K., *Geofisica*, 1964, 4, 187—198.
- [3] 左中道, 热带环流和系统学术会议论文集, 海洋出版社, 1982, 149—154.
- [4] Atkinson, G.D., *Forecasters' Guide to Tropical Meteorology*, Air Weather Service, U.S. A. Air Force, 1971.
- [5] 左中道, 热带东风扰动中的风场, 海洋学报(待刊).
- [6] 方宗义, 大气科学, 1982, 3, 274—281.