第3卷 第3期
1981年9月

海洋学报
ACTA OCEANOLOGICA SINICA

Vol.3, No.3
September, 1981

海气相互作用的随机-动力理论

李麦村

(中国科学院大气物理研究所)

一、前言

在长期天气过程和气候形成的理论中，海洋起着重要的作用. 但是海洋是一种缓慢流动的介质，比热也远比大气的比热大，从大范围运动角度来看，大气运动特别大尺度天气过程，相对说来比较活跃和变化速度较快，这种较快的天气起伏，将影响海水的潜热和感热输送，使海温发生变化，然而海温的气候变化是一个缓慢过程，而且是一个大范围现象，因此可以将天气过程的起伏看成一种随机强迫，从这一观点出发，Frankignoul. and Hasselman [1-3] 采用简单的随机模型，探讨了海温异常的成因与变化，得到了引人注目的结果. 后来 Reynolds, R. W. [4] (1978) 用北太平洋海温的实测资料，对他们的理论作了统计检验，证明了这一结果有成功之处. 然而众所周知，海洋和大气是两种相邻的流体，存在着相互作用 [5]，相互调整，相互适应，因此在讨论海气相互作用时，应当把大气和海洋耦合起来，这种耦合不仅考虑大气的高频起伏对海温异常的统计效果，而且也应考虑海温异常反过来作用大气，使大气产生低频的异常，这种异常再一次改变海温异常，如此往返相互作用的结果，不仅形成了海温异常，而且形成了天气气候异常. 本文就是基于这一观点，在研究天气气候异常时将海温与大气气温联合起来，形成了一个海气相互作用的耦合系统. 所得到的结果比 Frankignoul [2] 等人的结果更为合理.

二、海气相互作用的随机模型

首先我们可以自然地注意到海水和大气是两种相邻的连续流体，他们之间的相互作用首先可以想到的是二者之间热交换，如蒸发凝结热，感热输送等. 从长期和气候的角度来说，主要是海洋的热力不均匀，加热大气的超长波. 而这种超长波，受到下垫面的热源作用后，将改变它的某些性质，例如平均槽脊的地理位置，从而改变基本气流方向和强度以及天气尺度波激发的频率和强度等，这些无疑又反过来改变海温的分布. 另一方面，天气尺度的扰动统计地同时影响大气的超长波和海洋过程，使海洋和大气气候平均状态，发生改变. 这就是说大气和海洋同时受到相互作用和相互反馈. 这可以作如下图示. 由于天气尺度系统与超长波关系是一个非常复杂的非线性关系，目前尚有不清楚之处，在随机模型中

本文1980年9月8日收到.

只能假定存在一个统计相关，因而可以参数化方法表示，故在图中超长波对天气尺度起伏的反馈（图中虚线）暂可以不予考虑（见图1）．

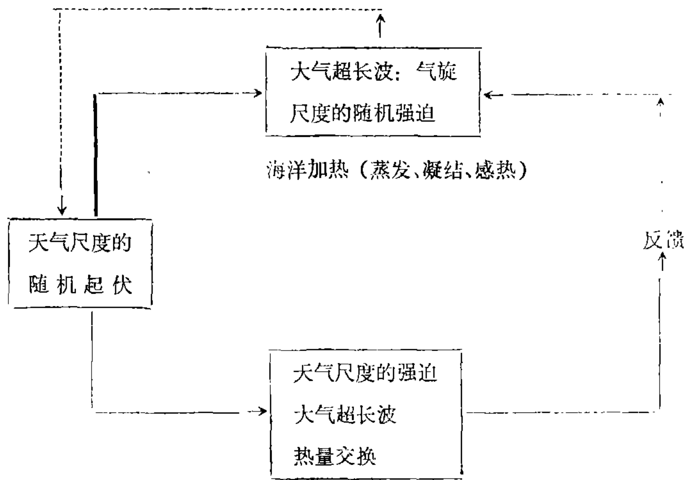

图1　模式结构

我们选取月平均的大气温度T作为大气超长波的代表，因为气候变化中关于大气温度的气候理论比较多，由于平均层（例如500mb）的位势高度与大气的温度存在一定的关系，所以这种气温是可以代替大气流场的．同时用Ts代表海温，则从气候上来说，两种介质之间的热交换正比于（$T-Ts$），T为气温，忽略平流和扩散作用，于是采用薄片海洋模型时，海温变化方程为[1]：

$$h\rho^{w}C_{p}^{w}\frac{\partial}{\partial t}(T_{s})=H_{s}^{w}+H_{L}^{w}+H_{R}^{w}. \tag{1}$$

式中肩号w代表海水，ρ^{w}为海水密度，C_{P}^{w}为海水定压比热，h为混合层深度，可定为常数，H_{R}为较短波和长波辐射，H_{S}为感热加热，H_{L}为潜热，而且

$$H_{S}^{w}=C_{H}\rho C_{p}(T-T_{S})|V|, \tag{2}$$

$$H_{L}^{w}=BH_{S}^{w}.$$

$|V|$为海表风速绝对值，ρ为空气密度，C_{p}为空气定压比热，C_{H}为常数，B为波文比系数，所以有：

$$H_{L}^{w}+H_{S}^{w}=C_{H}(1+B)\rho C_{p}(T-T_{S})|V|. \tag{3}$$

式中[6]，

$$H_{R}^{w}=\frac{1}{4}\mu I_{0}(1-\alpha_{p}^{w})-\varepsilon^{w}\sigma T_{S}^{4}.$$

第一项为海洋吸收的太阳短波辐射，第二项为海洋向外放射的长波辐射通量，故H_{R}为海洋净辐射加热．式中μ为外参数，表征太阳辐射变化．I_{0}为太阳常数，σ为Stefan-Boltzman常数，ε为有效放射率．而α_{P}^{w}为海水反照率，具有如下形式：

$$\alpha_{p}^{w}=a^{w}-b^{w}T_{S},$$

则

$$H_R^w = \frac{1}{4}\mu I_0(1-a^w) + \frac{1}{4}\mu I_0 b^w T_S - \varepsilon^w \sigma T_S^4. \tag{4}$$

将（1）中热源分解成统计平均和随机异常两部分．以符号＜ ＞表示平均，而以撇号“′”表示异常。

即有：

$$H_S^w + H_L^w + H_R^w = \langle H_S^w + H_L^w \rangle + \langle H_R^w \rangle + H_S'^w + H_L'^w + H_R'^w. \tag{5}$$

则由（1）得到

$$\frac{\partial T_S}{\partial t} = \frac{1}{h}\ \frac{1}{\rho^w C_P^w}[\langle H_S^w + H_L^w \rangle + \langle H_R^w \rangle + (H_S'^w + H_L'^w) + H_R'^w]. \tag{6}$$

存在一个大气和海洋共有的统计平衡值T_0

此时 $\langle H_L^w + H_S^w \rangle = 0$.

以$T = T_0$将$\langle H_L + H_S \rangle$作 Taylor 展开，取一阶项，

即有：

$$\langle H_S^w + H_L^w \rangle = \frac{\partial}{\partial T_S}\Big[\langle H_S^w + H_L^w \rangle\Big]_{T_S=T_0} T_S' + \frac{\partial}{\partial T}\Big[\langle H_S^w + H_L^w \rangle\Big]_{T=T_0} T', \tag{7}$$

而H_R^w仅为T_S之函数，故为：

$$\langle H_R^w \rangle = \frac{\partial}{\partial T_S}\Big[\langle H_R^w \rangle\Big]_{T_S=T_0} T_S'. \tag{8}$$

于是由（4）—（8）得到了微分方程：

$$\frac{\partial T_S'}{\partial t} = -\lambda_3 T_S' + \lambda_4 T' + W_2(t). \tag{9}$$

式中

$$\lambda_3 = \frac{1}{h}\ \frac{1}{\rho^w C_p^w}\cdot C_H(1+B)\rho C_p|V| + \frac{\partial}{\partial T_S}\Big[\langle H_R^w \rangle\Big]_{T_S=T_0}, \tag{10}$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{h}\ \frac{1}{\rho^w C_P^w}\cdot C_H(1+B)\rho C_P|V|, \tag{11}$$

$$W_2(t) = H_L'^w + H_S'^w + H_R'^w. \tag{12}$$

H_L'、H_S'和H_R'为随机作用项，受天气尺度扰动的支配，如海面风速，影响$H_L' + H_S'$，云量影响H_R'，把大气看成一个薄层，大气受到海洋加热，产生一个缓慢气候过程．气温同样可写成如下方程：

$$HC_P\rho\frac{\partial T}{\partial t} = -H_L - H_S + R. \tag{13}$$

式中H为等价正压大气高度，ρ为大气平均密度

$$R = \frac{1}{4}\mu I_0(1-\alpha_P) - \varepsilon\sigma T^4 \tag{14}$$

第一项为大气吸收太阳短波辐射，而第二项为大气向外长波辐射，故R为大气太阳辐射净收入，式中I_0为太阳常数，反射率：

$$\alpha_P = a - bT, \tag{15}$$

$$a, b > 0 .$$

T为气温，于是（14）可表示成：

$$R = \frac{1}{4}\mu I_0(1-a) + \frac{1}{4}\mu I_0 bT - \varepsilon\sigma T^4. \tag{16}$$

因R只是大气温度的函数，故可有：

$$\left[\frac{\partial\langle R\rangle}{\partial T}\right]_{\overline{T}=\overline{T}_0} - (4\varepsilon\sigma/HC_p\rho)\left(-T_0^S + \frac{1}{4}\frac{\mu I_0 b}{\varepsilon\sigma}\right). \tag{17}$$

$$\langle R\rangle = \left[\frac{\partial\langle R\rangle}{\partial T}\right]_{T=T_0} T' . \tag{18}$$

$\overline{W}$是天气尺度扰动如热量输送对大气月平均气温形成的统计强迫．由（13）—（16）我们得到

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = -\lambda_1 T' + \lambda_2 T_S' + W_1(t) . \tag{19}$$

式中

$$\lambda_1 = \frac{1}{H} C_H(1+B)|V| + \frac{4\varepsilon\sigma}{HC_p\rho}\left(-T_0^3 + \frac{\mu I_0 b}{4\varepsilon\sigma}\right),$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{H} C_H(1+B)|V|. \tag{20}$$

$$W_1 = H_L' + H_S' + R'. \tag{21}$$

因为$H_L' + H_S'$与R'同样受到天气尺度作用，故W_1是由于天气尺度扰动对大气进行热量输送的总和．

（9）和（19）正是描写海气耦合的方程组．它是一组随机常微分方程．

三、海气相互作用的随机-动力理论

（9）和（19）是分别描述海洋和大气温度变化的方程，即：

$$\frac{dT'}{dt} = -\lambda_2 T' + \lambda_1 T_S' + W_1(t) ,$$

$$\frac{dT_S'}{dt} = -\lambda_3 T_S' + \lambda_4 T' + W_2(t) . \tag{22}$$

由（22）很容易得到单一方程：

$$\frac{d^2 T_S'}{dt^2} + (\lambda_2 + \lambda_3)\frac{dT_S}{dt} + \lambda_2\lambda_4\left(\frac{\lambda_3}{\lambda_4} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)T_S = \lambda_2 W, \tag{23}$$

$$\frac{d^2T'}{dt^2}+(\lambda_2+\lambda_3)\frac{dT'}{dt}+\lambda_2\lambda_4\left(\frac{\lambda_3}{\lambda_4}-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)T'=\lambda_1\overline{W}. \tag{24}$$

式中

$$W=\frac{1}{\lambda_2}\frac{dW_2(t)}{dt}+\frac{\lambda_4}{\lambda_2}W_2(t)+W_1(t),$$

$$\overline{W}=W_2+\frac{\lambda_3}{\lambda_1}W_1+\frac{1}{\lambda_1}\frac{dW_1}{dt}. \tag{25}$$

带有随机项（25）的方程（23）或（24）是一个常系数的二阶随机微分方程，它描写一个随机振动现象，例如简单随机迴路在噪声随机干扰下的电流振动。或者一个单摆在湍流介质中的随机摆动．这一方程在统计力学中有广泛应用，这一方程特性和解已有透澈研究[7]．

考察一下W_1和W_2，它们都是反应大气快变量对于慢的长期过程作用的随机变量．

$$H'_S+H'_L=-\left(\frac{\rho^wC^w_ph}{\rho C_PH}\right)(H'^w_S+H'^w_L)=\alpha_1(H'^w_S+H'^w_L),$$

而
$$R'=\alpha_2H'^w_R.$$

因此我们可以认为

$$W_1=\alpha W_2,$$

而
$$\frac{dW_{1,2}}{dt}=\frac{1}{\lambda_{1,2}}W_{1,2}.$$

所以我们可以认为W和$\overline{W}$均为一个随机起伏项，它有一致的频谱，都是由于大气天气尺度过程所引起，我们以下分析中将W看成一个随机力．有同一性质，和确定频谱．

当$W=0$，（23）变成决定性方程，即一种自由振动．其解为：

$$T'_S=C_1e^{P_1t}+C_2e^{P_2t} \tag{26}$$

$$P^2+(\lambda_2+\lambda_3)P+\lambda_2\lambda_4\left(\frac{\lambda_3}{\lambda_4}-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)=C, \tag{27}$$

$$P_{1,2}=\frac{-(\lambda_2+\lambda_3)\pm\sqrt{(\lambda_2+\lambda_3)^2-4\lambda_2\lambda_4\left(\frac{\lambda_3}{\lambda_4}-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)}}{2} \tag{28}$$

当$\frac{\lambda_3}{\lambda_4}<\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$时，

气候呈不稳定状态．其他情况都是稳定状态．

现在我们考虑天气尺度扰动的随机过程，对海温气候变化的强迫作用．设海温T'_S的的谱密度为$Y(\omega)$，则（23）的解为：

$$y(\omega)=\frac{\lambda_2^2\phi(\omega)}{\left[\lambda_1\lambda_4\left(\frac{\lambda_3}{\lambda_4}-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)-\omega^2\right]^2+(\lambda_2+\lambda_3)^2\omega^2}\tag{29}$$

$\phi(\omega)$为输入的随机天气尺度扰动的统计谱．由（29）当$\lambda_2\gg\lambda_3$时，（29）退化成一阶马尔柯夫随机海温模型．它的反馈函数为$\lambda_4\left(\frac{\lambda_3}{\lambda_4}-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)$．然而在一般情况下，（29）与 Frankignoul 等[2]的结果有很大不同．

对随机输入，W为白色噪声（见图 1）

$$\phi(\omega)\sim\phi(0),$$

而令

$$\varepsilon(t)=\frac{1}{T}\int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}}W(t).\tag{30}$$

则$W(t)$之谱$\phi(0)$与$\varepsilon(t)$方差有关[5]，即

$$\phi(0)=T\overline{\varepsilon^2(t)}/\pi=\frac{D}{\pi}\ (^\circ C)^2/yr.\tag{31}$$

T取一年．

利用 Frankignoul 等人研究过的资料，我们假设W由W_1和W_2组成，因此W_1为大气随机力对大气气候影响，而W_2为随机力对海温影响，按 Frankignoul 根据式（29）同时根据海洋和大气特征参数计算出$\lambda_1=\frac{1}{1.5月}$，$\lambda_2=\frac{1}{1月}$，$\lambda_3=\frac{1}{1.7月}$，$\lambda_4=\frac{1}{1.5月}$取$D_2=1.5(^\circ C)^2/yr$，而$D_1=1.2(^\circ C)^2/yr$，得到了结果如图 2．图 2 中折线是观测值[2]，实线是 Frankignoul[2] 理论计算值，而点线是本文理论值，二次模型在低频时近似为常态，而谱不依频率而变，但比 Frankignoul 的结果数值略低，而在中等频率时，振幅随频率增加而迅速增加，二次振动模型反应了大气超长波对海温和大气气候过程的影响，在高频时我们计算结果比 Frankignoul 等人结果大些，图 2 可以看出二次振动模型比一次模型更符合实际观测．从结果来看，在 Frankignoul 计算中$\lambda_3=\frac{1}{4.5月}$，但由公式(10)计算值应为$\frac{1}{1.7月}$[8]，由此可见，我们的理论比前人大大地前进了一步，因而较为符合实际．

统计方差是衡量气候模型统计面貌的重要参考量．海温均方差是：

$$\overline{L'^2}=\int_{-\infty}^{+\infty}Y(\omega)d\omega$$

$$=\frac{\lambda_2\pi_1\phi(0)}{\lambda_2\lambda_4(\lambda_2+\lambda_3)\left(\frac{\lambda_3}{\lambda_4}-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)}.$$

当λ_3小时，即海温反馈小，则海温方差与λ_2^{-2}成正比，λ_2越大，方差越小，这反映大气反馈对海温变动异常敏感．

同时$\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$越大，则方差越大，这表示海气有强的相互作用时，则方差变大，变动大，这再一次证明海气相互作用中大气对海洋变化的重要作用. 利用 $D=2.7(°C)^2/yr$，得到海温的方差为 $1.0(°C)^2/yr$ 而Frankignoul[2]理论计算值为 $1.7(°C)^2/yr$，Lemke[3]对全球大气（包括海洋）在内计算得到的 $1.1(°C)^2/yr$，但对海洋来说，由于海水比热大，温度变化小些，其数值更应低些. 因此我们理论所求得的方差值 $1.0(°C)^2/yr$ 是比上述理论更接近于实际些.

四、讨　论

本文首次提出了海气耦合的随机动力模型，从估算结果来看，比一次模型更符合实际. 当然我们想到模型结果，对于模型参数，λ_i 非常敏感， 而 λ_i 又决定于海洋混合层厚度，反照率等，而这些参数目前并未有公认的确定的数据，这就使本文研究和其他一切类似研究带来了巨大困难. 不过从物理过程来看本文提出模型在思想观点上比前人进了一步，这是肯定的.

这里还须指出，本文提出的模型不仅是海气相互作用模型，而且也可以看成冰面、陆地等不同性质的下垫面与大气相互作用模型，因而同时也可看成地气相互作用模型. 但是地球大气是与海、陆、冰三者同时共存，因此我们设想是否把这一模型分不同地区应用，此时 T_S 代表海、陆、冰的温度，然后按海、陆、冰三者在地球上的面积，求出加权平均，这样作法相似于Webster[9]季风模型. 从这方面来看，本文的工作是带有启发性的， 我们期待这方面有新的成果和推进.

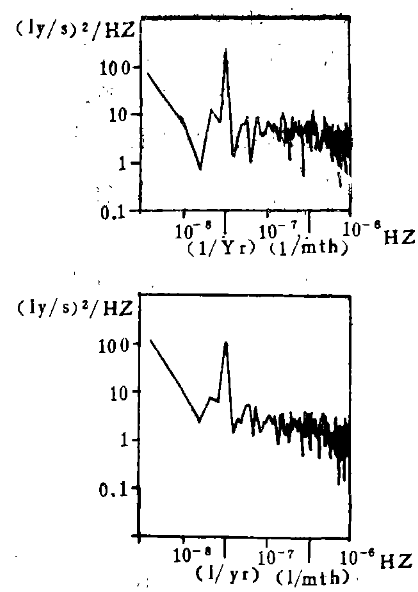

图2　潜热（上图）和感热（下图）流量输送的频谱

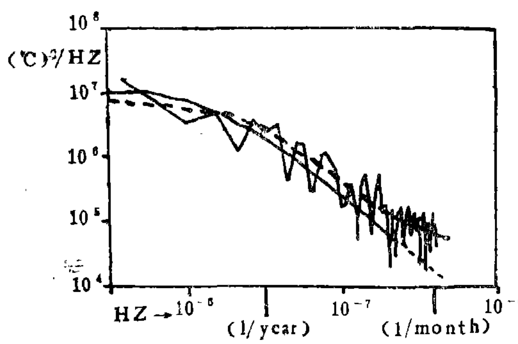

图3　海温距平频谱

（图中折线为观测值，实线为Franignoul理论值，点线为（29）式计算理论值）

参 考 文 献

〔1〕 Hasselman, K., *Tellns*, 28 (1976), 473-486.
〔2〕 Frankignoul, C. and Hasselman, K., *Tellns*, 29 (1977), 289-305.
〔3〕 Lemke, P., *Tellns*, 29 (1977), 385—392.
〔4〕 Nicholls, N., *Q.J.R.*, 105 (1979), 93—105.
〔5〕 Fraedrich, K., *Q.J.R.*, 104 (1978), 44, 461—474.
〔6〕 Reynolds, R.W., *Tellns.*, 30 (1978), 97—103.
〔7〕 Soong, T.T., Random Differential Equation in Science and Engineering, Academia Pres, 1973 40—71.
[8] 岸保勘三郎，气候变动モデルモデル，东京大学出版社，1979，136—149.
〔9〕 Webster, P.J. and Lau, K.M., *J.Atmos Sci*, 34 (1977), 1063—1084.

THE STOCHASTIC-DYNAMIC THEORY OF AIR-SEA INTERACTION

Li Maicun

(Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica, Beijing)

ABSTRACT

The air-sea interaction is a key problem in long-range forecast and dynamic climatology.

This paper presents a simple model of SST variability in which the interaction between SST and atmospheric motion is briefly studied. The model is formulated by second order linear differential equation describing the evolution of the SST is stochastically forced by the white noise represnting day to day weather fluctuations. This result demonstrates that the stochastic forcing of SST is important if strong positive feedback between SST and atmospheric motion exists. The theoretical distribution of spectrum of SST is more improved than that of the first order Markovian model of Froukignoul. These results are in well agreement with the observations.