

含变涡动系数的超浅海风暴潮模型

冯士筵

施 平

(山东海洋学院)

(国家海洋局水文气象预报总台)

一、模 型

(一) 提法

超浅海风暴潮模型提出后^[1,2],对渤海风潮,作为超浅海问题,进行了数值研究^[1]。其结果的分析 and 观测资料的比较都表明了该模型有一定的应用价值;故,对超浅海风暴潮模型作进一步的探讨是有一定意义的。尤其因为我国是一个多浅水域和多风暴潮的国家,这种研究就具有更重要的意义。

上述模型中,假设了涡动系数为常数,或至多为水平坐标的函数,这是该模型物理假设中的一个最大的弱点。为了在实质上改进上述模型,本文提出的模型所采用的涡动系数,不仅为水平坐标的函数,而且也是物理上所容许的、任意形式的深度的非线性函数。

设涡动系数 ν 的模型如下:

$$\nu = \nu_0(x, y)F(\xi), \quad (1)$$

其中, $\nu_0(x, y) > 0$ 且其因次与 ν 的因次相同, $F(\xi)$ 为涡动系数的无因次铅垂剖面^[1]; ξ 为无因次铅垂坐标,其表达如下:

$$\xi = (z - \kappa\eta)/(h + \kappa\eta), \quad (2)$$

x, y 为水平坐标并与铅垂坐标 z (向上为正) 组成右手直角坐标系,原点含在未扰动的海面中, h 表示水深; η 表示风暴潮位, κ 为形式参数,由下面可以看出,当考虑非线性的零阶模型时,有 $\kappa = 1$, 当考虑线性的零阶模型时,设 $\kappa = \delta$ 。

在水深较浅,湍流又充分发展的问題中, $O\left(\frac{d^2|f|}{\nu_0}\right) < 1$ (其中, d 为 h 的特征量, f 表示 Coriolis 参数),超浅海风暴潮的描述如下:

$$\nu_0 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(F \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \xi} \right) - g (h + \kappa\eta)^2 \nabla (\eta - \bar{\eta}) = \delta (h + \kappa\eta)^2 \boldsymbol{\pi}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot [(h + \kappa\eta) \int_{-1}^0 \mathbf{q} d\xi] = 0, \quad (4)$$

本文1979年4月收到。

1) $F(\xi)$ 为 $F_{xy}(\xi)$ 之简写,因为它是对任意确定的 (x, y) 点而言的,即在不同的 (x, y) 处,可能有不同形式的函数 $F(\xi)$ 。

海面 $\xi = 0$:

$$\nu_0 F \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \xi} = (h + \kappa \eta) \boldsymbol{\tau}_a / \rho , \quad (5)$$

海底 $\xi = -1$:

$$\mathbf{q} = 0 , \quad (6)$$

其中, ∇ 和 $\nabla \cdot$ 分别表示水平梯度算子和水平散度算子; t 为时间变量; \mathbf{q} 表示风暴潮流; $\boldsymbol{\tau}_a$ 和 $\bar{\eta}$ 分别为海面风应力和大气压强的作用; g 为重力加速度; ρ 为海水密度; π 为立于“ f -平面”上的 Reynolds 方程中剩余的项, 且至大为一阶小量; δ 为形式参数。

若令

$$(\mathbf{q}, \eta) = (\mathbf{q}_0, \eta_0) + \delta (\mathbf{q}_1, \eta_1) , \quad (7)$$

则, 当令 $\delta = 1$ 时, (7) 式即为问题的一阶近似解。

(二) 零阶模型

零阶模型描绘了超浅海风暴潮的基本轮廓, 因此, 它的叙述具有根本上的重要性。

把(7)式代入(3)–(6)诸式, 并略掉 δ 的一次幂以上的诸项, 有

$$\nu_0 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(F \frac{\partial \mathbf{q}_0}{\partial \xi} \right) - g (h + \kappa \eta_0)^2 \nabla (\eta_0 - \bar{\eta}) = 0 , \quad (8)$$

$$-\frac{\partial \eta_0}{\partial t} + \nabla \cdot [(h + \kappa \eta_0) \int_{-1}^0 \mathbf{q} d\xi] = 0 , \quad (9)$$

$$\xi = 0 : \quad \nu_0 F \frac{\partial \mathbf{q}_0}{\partial \xi} = (h + \kappa \eta_0) \boldsymbol{\tau}_a / \rho , \quad (10)$$

$$\xi = -1 : \quad \mathbf{q}_0 = 0 . \quad (11)$$

由(8)、(10)和(11)解出了 \mathbf{q}_0 , 从而获得全流 \mathbf{Q}_0 :

$$\mathbf{q}_0 = (h + \kappa \eta_0)^2 \nabla (\eta_0 - \bar{\eta}) (g / \nu_0) S(\xi) + (h + \kappa \eta_0) (\boldsymbol{\tau}_a / \rho \nu_0) W(\xi) , \quad (12)$$

$$\mathbf{Q} = - (h + \kappa \eta_0)^3 \nabla (\eta_0 - \bar{\eta}) (g / \nu_0) B + (h + \kappa \eta_0)^2 (\boldsymbol{\tau}_a / \rho \nu_0) A , \quad (13)$$

其中,

$$S(\xi) = \int_{-1}^{\xi} \frac{\xi_1}{F(\xi_1)} d\xi_1 , \quad W(\xi) = \int_{-1}^{\xi} \frac{1}{F(\xi_1)} d\xi_1 , \quad (14)$$

$$B = - \int_{-1}^0 S(\xi_1) d\xi_1 , \quad A = \int_{-1}^0 W(\xi_1) d\xi_1 . \quad (15)$$

显然, 函数 $W(\xi)$ 和 $S(\xi)$ 分别表达了风生流和坡度流的无因次铅垂剖面。

把(13)式代入方程(9), 归结出了风暴潮位的预报方程如下:

$$\frac{\partial \eta_0}{\partial t} = \nabla \cdot [(Bg / \nu_0) (h + \kappa \eta_0)^3 \nabla (\eta_0 - \bar{\eta})] - \nabla \cdot [(A \boldsymbol{\tau}_a / \nu_0 \rho) (h + \kappa \eta_0)^2] . \quad (16)$$

在适当的边界条件和初始条件下求解(16)即可^[1, 2]。

当风暴潮位与水深相比为一小量时, 可令 $\kappa = \delta$, 并且在方程组(8)–(16)中进一步扔掉含 κ 的项, 则获得线性的零阶模型; 反之, 当风暴潮位与水深为同量阶时, 则令 $\kappa = 1$, 从而获得了非线性的零阶模型。

(三) 一阶模型

由(7)式不难看出, 为了获得一阶模型及其解, 只需在零阶解 (\mathbf{q}_0, η_0) 上附加一个一阶扰动解 (\mathbf{q}_1, η_1) 即可。而一阶扰动解所满足的问题可按两种不同情况分别归结如下:

(I) $\kappa = \delta$ 之情形

把(7)式代入(3)–(6), 并比较 δ 的一次幂诸项之系数, 有

$$\nu_0 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(F \frac{\partial \mathbf{q}_1}{\partial \xi} \right) - gh^2 \nabla \eta_1 = 2gh\eta_0 \nabla (\eta_0 - \bar{\eta}) + h^2 \pi_0, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} + \nabla \cdot \left[h \int_{-1}^0 \mathbf{q}_1 d\xi \right] = -\nabla \cdot \left[\eta_0 \int_{-1}^0 \mathbf{q}_0 d\xi \right], \quad (18)$$

$$\xi = 0: \quad \nu_0 F \frac{\partial \mathbf{q}_1}{\partial \xi} = \eta_0 \tau_a / \rho, \quad (19)$$

$$\xi = -1: \quad \mathbf{q}_1 = 0. \quad (20)$$

其中, π_0 为 π 展成 δ 幂级数的首项, 即 δ 的零次幂项。

显然, 依上有:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_1 = & [h^2 \nabla \eta_1 + 2h\eta_0 \nabla (\eta_0 - \bar{\eta})] (g/\nu_0) S(\xi) + (\eta_0 \tau_a / \rho \nu_0) W(\xi) \\ & + (h^2/\nu_0) \int_{-1}^{\xi} d\xi_2 \int_0^{\xi_2} [\pi_0(\xi_1)/F(\xi_2)] d\xi_1, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta_1}{\partial t} = & \nabla \cdot \left[(Bgh^3/\nu_0) \nabla \eta_1 + (2Bgh^2\eta_0/\nu_0) \nabla (\eta_0 - \bar{\eta}) \right] \\ & - \nabla \cdot \left[Ah \tau_a / \rho \nu_0 \eta_0 \right] - \nabla \cdot \left[(h^3/\nu_0) \int_{-1}^0 d\xi_3 \int_{-1}^{\xi_3} d\xi_2 \int_0^{\xi_2} \pi(\xi_1)/F\xi_2 \right] \\ & - \nabla \cdot \left[\eta_0 \int_{-1}^0 \mathbf{q}_0 d\xi \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

(II) $\kappa = 1$ 之情形:

对应于(I)中的诸方程, 不难导出如下:

$$\nu_0 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(F \frac{\partial \mathbf{q}_1}{\partial \xi} \right) - g(h + \eta_0)^2 \nabla \eta_1 - 2g\eta_1(h + \eta_0) \nabla (\eta_0 - \bar{\eta}) = (h + \eta_0)^2 \pi_0, \quad (23)$$

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} + \nabla \cdot [(h + \eta_0) \int_{-1}^0 \mathbf{q}_1 d\xi] + \nabla \cdot [\eta_1 \int_{-1}^0 \mathbf{q}_0 d\xi] = 0, \quad (24)$$

$$\xi = 0: \quad \nu_0 F \frac{\partial \mathbf{q}_1}{\partial \xi} = \eta_1 \tau_a / \rho, \quad (25)$$

$$\xi = -1: \quad \mathbf{q}_1 = 0. \quad (26)$$

从而, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_1 = & [(h + \eta_0)^2 \nabla \eta_1 + 2\eta_1 (h + \eta_0) \nabla (\eta_0 - \bar{\eta})] (g/\nu_0) S(\xi) + (\eta_1 \tau_a / \rho \nu_0) W(\xi) \\ & + [(h + \eta_0)^2 / \nu_0] \int_{-1}^{\xi} d\xi_2 \int_0^{\xi_2} [\pi(\xi_1) / F(\xi_2)] d\xi_1, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta_1}{\partial t} = & \nabla \cdot [(Bg/\nu_0)(h + \eta_0)^3 \nabla \eta_1 + (2Bg\eta_1/\nu_0)(h + \eta_0)^2 \nabla (\eta_0 - \bar{\eta})] \\ & - \nabla \cdot [A\tau_a / \rho \nu_0 (h + \eta_0) \eta_1] - \nabla \cdot [\nu_0^{-1} (h + \eta_0)^3 \int_{-1}^0 d\xi_3 \int_{-1}^{\xi_3} d\xi_2 \\ & \int_0^{\xi_2} (\pi_0(\xi_1) / F(\xi_2)) d\xi_1 - \nabla \cdot [\eta_1 \int_{-1}^0 \mathbf{q} d\xi]. \end{aligned} \quad (28)$$

二、涡动系数

(一) α, β 和 ν 的函数关系

把(12)式代入底摩擦 τ_b 的表达式以后, 再与(13)式合并, 即导出了底摩擦与风应力以及全流的线性关系式:

$$\tau_b / \rho = -\alpha \tau_a / \rho + \beta Q_0, \quad (29)$$

$$\text{其中,} \quad \alpha = -1 + A/B, \quad (30)$$

$$\beta = \frac{\nu_0(x, y)}{(h + \kappa \eta_0)^2} \cdot \frac{1}{B}. \quad (31)$$

作为底摩擦的最常用的经验公式之一, (29)式已在海洋中的波和流的全流理论模型里被利用了; 特别在耦合了强大的潮流的浅水域风暴潮问题中, 这个线性经验公式与底摩擦的二次律相比是一个更为确切的事实^[4]。在这里, 我们就超浅海风暴潮问题赋予了其理论涵义; 特别给出了经验系数 α 、 β (湍阻尼系数) 与涡动系数的函数关系式(30)和(31)。再结合(14)、(15)二式, 虽然看出, $A > B > 0$, 故 $\alpha > 0$ 和 $\beta > 0$, 这就正确地阐明了湍阻尼的性质。

作为一个比较, 在普通浅海风暴潮和潮波的模型中, 底摩擦符合二次律, 这点已被 J. C. J. Nihoul (1977) 在某些假设下从理论上导出来了^[8]。普通浅海风暴潮的底摩擦律和超浅海风暴潮的底摩擦律之间存在上述的这种差异, 或许可以从经典流体力学的阻力定律

得到解释, 因为湍 Reynolds 数正比于特征水深。

(二) 涡动系数剖面 $F(\zeta)$

作为初步试验, 本文仅局限于含一个无因次经验参数的涡动系数剖面的研究; 并且由下面的分析可知, 有理由选择其函数形式如下:

$$F(\zeta) = (1 + b\zeta)^n \quad (n=1, 2, \dots) \quad (0 < b < 1), \quad (32)$$

其中, b 为无因次的经验参数, 可由下面给出的一种经验途径确定下来。为了比较, 又选择了如下的数种涡动系数剖面: $(1 + b\zeta)^{1/2}$, $(n=2, 3)$, $(0 < b < 1)$, 指数剖面 $\exp(b\zeta)$, $(b > 0)$ 和双曲剖面 $(1 - b\zeta)^{-1}$, $(b > 0)$ 。诸剖面中 b 的定义域的选定是为了满足 $F(\zeta) > 0$ 。上面各剖面对应的 B 和 α 随 b 的变化曲线见图 1—图 3。以相应于 α 取值 0.1 和 0.39 的 b 值作 $F(\zeta)$ 剖面图分别见图 4 和图 5。显然, 当 b 趋于零时, 上面诸剖面蜕化为 $F(\zeta) = 1$ —— $v = v_0(x, y)$, 常涡动系数的情形或至多为 (x, y) 函数¹⁾; 此时, $A, B, \alpha, W(\zeta)$ 和 $S(\zeta)$ 分别蜕化为 $1/2, 1/3, 0.5, 1 + \zeta$ 和 $(\zeta^2 - 1)/2$ 。

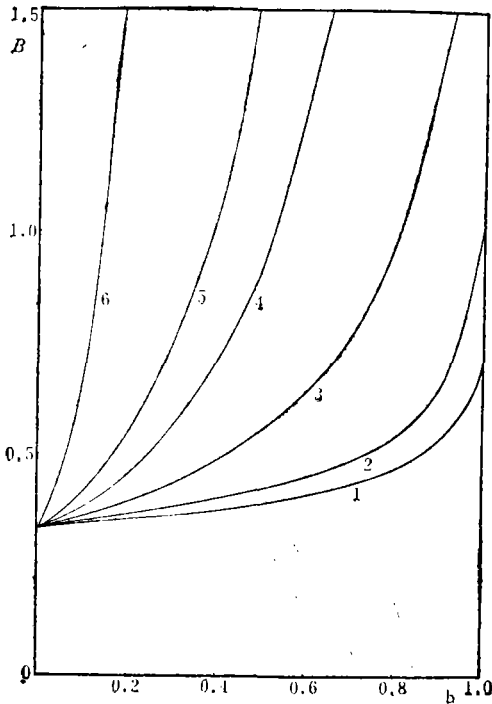


图1 $B-b$ 曲线

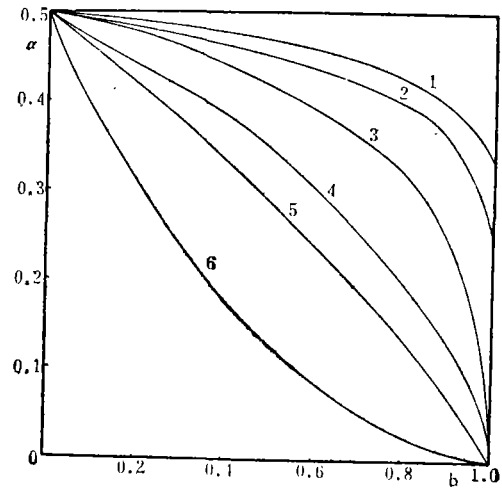


图2 $\alpha-b$ 曲线

图1、图2说明:

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| 1. 相应于 $F(\zeta)$ 1/3 次剖面, | 4. 相应于 $F(\zeta)$ 2 次剖面, |
| 2. 相应于 $F(\zeta)$ 1/2 次剖面, | 5. 相应于 $F(\zeta)$ 3 次剖面, |
| 3. 相应于 $F(\zeta)$ 线性剖面, | 6. 相应于 $F(\zeta)$ 9 次剖面. |

1) 为了书写简单, $F(\zeta)=1$, 在下面一律称之为“常涡动系数剖面”。

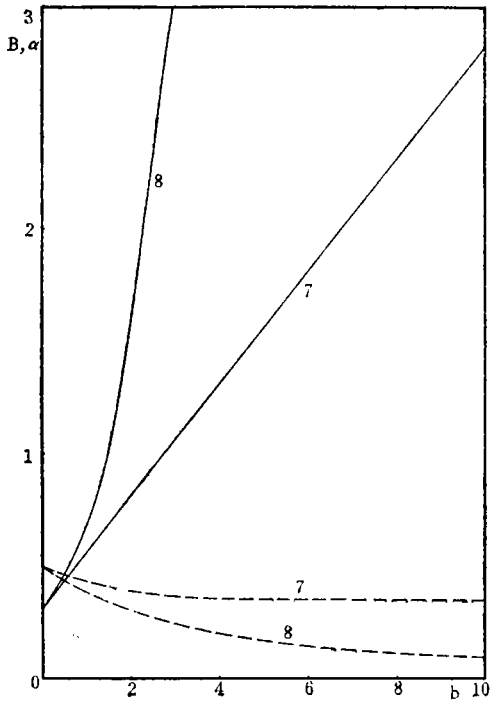


图3 B—b 曲线——
alpha—b 曲线-----

- 7. 相应于 $F(\zeta)$ 双曲剖面,
- 8. 相应于 $F(\zeta)$ 指数剖面.

对于一个给定函数形式的涡动系数剖面, 确定经验参数 b 的方法如下: 由 α — b 曲线 (图 2, 图 3) 可见, 倘若预先已确定了某种剖面形式, 则只要已知经验系数 α , 就唯一地确定了参数 b 的值。依据近百米深的欧洲北海风暴潮位的观测和浅至约二、三米的美国之 Okeechobee 湖风潮的观测, 表明了 α 取值小于或接近 0.1^[4, 8, 9]。若我们选择 α 为 0.1 这个经验数字, 则由 α — b 曲线上可查出相应的 b 值, 记为 $b_{0.1}$ (表 1)。

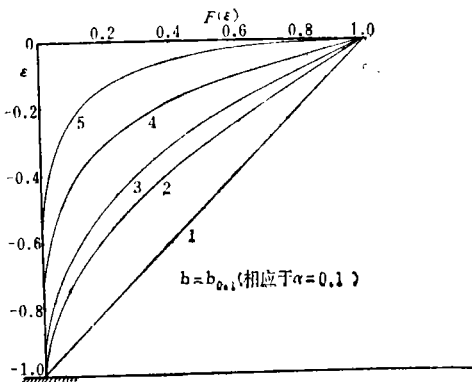


图4 五种 $v/v_0 = F(\zeta)$ 剖面

- 1. $F(\zeta) = 1 + 0.998\zeta$,
- 2. $F(\zeta) = (1 + 0.96\zeta)^2$,
- 3. $F(\zeta) = (1 + 0.85\zeta)^3$,
- 4. $F(\zeta) = (1 + 0.55\zeta)^9$,
- 5. $F(\zeta) = \exp(10\zeta)$.

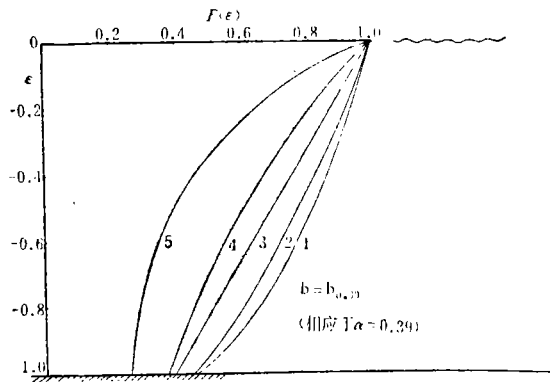


图5 五种 $v/v_0 = F(\zeta)$ 剖面

- 1. $F(\zeta) = (1 + 0.9\zeta)^{1/3}$,
- 2. $F(\zeta) = (1 + 0.8\zeta)^{1/2}$,
- 3. $F(\zeta) = 1 + 0.6\zeta$,
- 4. $F(\zeta) = \exp(\zeta)$,
- 5. $F(\zeta) = (1 - 3\zeta)^{-1}$.

表 1 *

$F(\zeta)$	线 性	二 次	三 次	四 次	五 次	九 次	十 次	指 数
$b_{0.1}$	0.998	0.90	0.85	0.80	0.75	0.55	0.55	10.0

(三) $F(\zeta)$ 和水深的依赖关系——涡动系数剖面的确定

依据经验所确定的系数 ν_0 和 β 的数值范围, 利用(31)关系式, 即可作出 B 和水深的函数表。若采用 ν_0 和 β 的经验数值范围分别为 $(5-10) \times 10^2$ 厘米²/秒和 $(0.5-1) \times 10^{-4}$ 秒⁻¹, 且以其对应的上限或下限进行计算, 则有表 2 的第一栏。

表 2

水深(米)	16	14	12	10	8	6	4	2	备 注
B	3.90	5.10	6.94	10.0	15.6	27.8	62.6	252	第一栏
$F(\zeta)$	线 性		二 次		三 次		四 次		五次—十次

再利用表 1 和图 1¹⁾、图 3, 即作出表 3 如下:

表 3

$F(\zeta)$	线 性	二 次	三 次	四 次	五 次	九 次	十 次	指 数
$B_{0.1}$	4.75	7.26	20.2	41.7	69.3	107.8	218.7	1816

表 3 中的 $B_{0.1}$ 指对应于 $\alpha=0.1$ 时的 B 值。

对照表 3 和表 2 的第一栏就大致反映并确定了涡动系数铅垂剖面 $F(\zeta)$ 和水深的依赖关系 (见表 2 的第二栏)。其表明的物理意义是: 水越浅, 涡动系数剖面的铅垂变化越厉害, 并剖面形式的改变对于水深的改变也越敏感——湍流的发展越强烈地感受到了海底的抑制和影响, 这与 V.Kaman 有关湍流的观念是一致的^[7]。特别, 这就提供了在不同的局地水深处, 涡动系数剖面近似形式的确定途径。

应指出, 若采用 $F(\zeta) = 1$ 的常涡动系数剖面模型, 当给出 β (或 ν_0) 的上述经验数值后, 计算的 ν_0 (或 β) 的数值将是不合理的小 (大); 对于水深浅至十米以内的情形尤其明显 ($O(\nu_0) = 1-10$ 厘米²/秒)。这恐怕也反衬出了考虑变涡动系数模型的必要性和合理性。

A·M·Davies(1977)的数值研究指出^[3], 在一个具有如北海一样深度的水域中, 在海面附近和海底附近都存在一个约十米厚的变涡动系数的水层。若依 $O(d^2|f|/\nu_0) < 1$ 来衡

* 依据 $\alpha=0.1$ 来确定参数 b 时必然排除 1/3, 1/2 以及双曲剖面, 因为三者在其 b 的定义域内不存在 α 为 0.1 的值。可见这种剖面是不完备的。

1) 图 1 中未画出 $n=4, 5, 10$ 次诸剖面的 $B-b$ 曲线, 其对应值实际上取自原始计算的结果。

量本模型适用范围的水深之上限,且取 $f = 10^{-5}$ 秒⁻¹, $\nu_0 = 700$ 厘米²/秒,则对于视 (10—20) %为一阶小量的情形,有水深上限为 10—14 米。这表明了二者的一致性;同时也更加说明了,我们研究的这类湍充分发展的超浅海风暴潮问题考虑变涡动系数模型的必要。

三、风暴潮位

把(30)、(31)两式代入方程(16),比较该方程右端的两项,获得风暴潮位的量阶表达式 $O(\eta_0) = (1 + \alpha) \cdot (\tau_a L / \rho g d)$; 其中 L 表示水平特征尺度。这是一个典型的结果。P·Groen(1962)曾指出^[4],当涡动系数取常数时,至少在全流为零的一维海渠问题中是不适当的;他依据前人观测经验认为 α 上限取 0.1 是合适的——这实际上相应于变涡动系数模型的特例。若把方程(16)的左端项和右端第二项相比,则获得了风暴潮位时变率的估值,即 $O(\partial\eta_0/\partial t) = (1 + \alpha)\beta^{-1}(\tau_a/\rho L)$ 。我们来比较变涡动系数模型和常涡动系数模型的上述变率 $O(\partial\eta_0/\partial t)$ 和 $O(\partial\eta_0/\partial t)_c$ 。假设两种情况下的 τ_a, ν_0, ρ, d 和 L 是相同的,并注意变涡动系数模型时取 α 为 0.1,则依据 $O(\partial\eta_0/\partial t)$ 的上述表达式以及(31)式,有 $O\left(\left(\frac{\partial\eta_0}{\partial t}\right)_{0.1} / \left(\frac{\partial\eta_0}{\partial t}\right)_c\right) = 2.2B_{0.1}$ 。这就表明了,当我们以一个简单的常涡动系数模型去代替一个实际的变涡动系数模型的时候,其风暴潮位的时间变率将比实际上的缩小了,即变化缓慢了,其缩减比为 $2.2B_{0.1}$ 。如果我们注意到表 2 和表 3,则发现,随着水深的变浅,上述缩减比急剧增大,其量阶从 10 至 100。这又说明了,对于水深越浅的地方,以常涡动系数模型来代之,则产生越大的畸变。

为了与实际的观测进行一个比较,我们给出其特征时间 \tilde{t} 的量阶表达式;比较 $O(\eta_0)$ 和 $O(\partial\eta_0/\partial t)$, 则有 $O(\tilde{t}) = (L^2/gd)\beta$ 。一个简单的模型的分析表明了,在准定常阶段时,风暴潮位时变曲线相对于风应力曲线的落后时间之量阶即 $O(\tilde{t})$ 。我们代入一组相当于渤海湾的特征数据:若选湾的平均水深 10 米为特征水深 d ,湾长 10 万米为水平特征尺度 L , g 取 10 米/秒²,则 $O(\tilde{t}) = 10^8\beta$ 秒。由表 2 知,十米水深应选 $F(\zeta)$ 为二次剖面,其 $B_{0.1}$ 为 7.26。再利用(31)式,并选用 ν_0 为 700 厘米²/秒,则有 $O(\tilde{t}) = 10^4$ 秒。由此可见,渤海湾湾顶处风潮时变曲线落后于风应力时变曲线的量阶约为两、三小时。这个结果在量阶上是与渤海湾风潮依观测而统计的结果相一致的。应指出,若选用常涡动系数来计算,则相应的结果为两、三天——这显然是一个与实际情形不符的结果。

四、风暴潮流

依据全流表达式(13),注意到依深度的平均流速 $\bar{q}_0 = Q_0/(h + \kappa\eta_0)$,且引入流速特征量 $(d\tau_a/\rho\nu_0)$,再注意到前述的风暴潮位量阶 $O(\eta_0)$ 之表达式,则显然无因次风暴潮流的

平均流速之量阶为 $A_{0.1}$ ($A_{0.1}$ 即 α 取 0.1 时之 A)。 $A_{0.1}$ 和 $F(\xi)$ 剖面形式的关系列入表 4。

表 4

$F(\xi)$	线 性	二 次	三 次	四 次	五 次	九 次	十 次	指 数	常涡动系数之 A_c
$A_{0.1}$	5.24	8.27	22.2	45.8	76.2	119	239	1982	0.5
$A_{0.1}/A_c$	10.48	16.54	44.4	91.6	152.4	238	478	3964	1

表 4 中 $A_{0.1}/A_c$ 一栏列出了变涡动系数模型中和常涡动系数模型下无因次平均流的量阶之比。由此可见, 变涡动系数模型必然提高了在相应的常涡动系数模型下的风暴潮流的量阶; 且, 水深越浅, 这种提高的程度越厉害。从物理的观点考虑, 这点看来是合理的; 因为, 对于浅水域, 若利用常涡动系数模型算出的流速, 可能达到不合理的小值——这是由于既然流速特征量正比于水深特征量, 而 A_c 又为常数之故。作为一个量阶估算的例子, 我们给出了水深分别为十米 (相当于渤海湾或莱州湾的平均水深)、八米 (相当于杭州湾的平均水深) 和二米半 (相当于 Okeechobee 湖的平均水深) 的平均流速的量阶估值, 并和常涡动系数的情形之相应结果进行了比较 (表 5)。估算时, 采用 $\tau_a = 10.4$ 达因/厘米² (相当于风速为 18 米/秒); $\rho = 1$ 克/厘米³。

表 5

水深 (米)	$F(\xi)$	v_0 (厘米 ² /秒)	平均流速 (厘米/秒)	常涡动系数下的平均流速 (厘米/秒)
10	二次	700	123	7.5
8	三次	700	264	5.9
2.5	九次	1000	310	1.3

由表 5 的估算看出, 风暴潮流平均流速的估值, 对于常涡动系数模型的情形, 将随着水深的变浅而单调递减, 且不是一个合理的量阶; 反之, 在变涡动系数模型下流速之估值, 却可以借助合理地选取涡动系数剖面而给以适当的调整, 以达到与观测值的量阶一致。并且, 后者与前者不同, 风暴潮流的平均值并不随着水深的变浅而单调递减, 这是因为, 在变涡动系数模型中, 虽然平均流的特征量正比于水深的特征量, 但 $A_{0.1}$ 却随着水深的变浅而更快地增大的缘故。——这都从实质上改变了常涡动系数情形下的物理图画。

为了进一步比较变涡动系数模型和常涡动系数模型下的流铅垂分布, 我们给出了一个简单模型下的算例。设有一个等深的封闭海域, 在原先海面静止的状态下, 于 $t = 0$ 瞬间, 在海面上突然出现了一个常风应力场作用于海水, 并略去大气压强的作用, 则由 (12) 式知, 一个超浅海线性问题的风暴潮流零阶解为 $q_0 = (gh^2/\nu_0)\nabla\eta_0 \cdot S(\xi) + h\tau_a/(\rho\nu_0) \cdot W(\xi)$, 其全流可由 (13) 式导出, $Q_0 = -(gh^3/\nu_0)\nabla\eta_0 B + (h^2\tau_a/\rho\nu_0) A$ 。我们仅计算初始瞬间和已趋于定常状态时的风暴潮流的铅垂分布 $q_{0,t=0}$ 和 $q_{0,t \rightarrow \infty}$ 。由于起始于海面静止状态, 故

$t = 0$ 时, 有 $\eta_0 = \nabla\eta_0 = 0$; 从而, $q_{0,t=0} = (h\tau_a/\rho\nu_0)W(\zeta)$, 即仅为风生流。在定常状态时, 因为在等深封闭海中的无旋风作用下的风潮全流恒为零^[4], 故由上述 Q_0 之表达式知 $\nabla\eta_{0,t\rightarrow\infty} = (1+\alpha)(\tau_a/\rho gh)$; 从而 $q_{0,t\rightarrow\infty} = (h\tau_a/\rho\nu_0) [(1+\alpha)S(\zeta) + W(\zeta)]$ 。设 ρ 、 ν_0 、 τ_a 和 h 分别取值为 1 克/厘米³, 700 厘米²/秒, 10.4 达因/厘米² 和 8 米, 计算了 $q_{0,t=0}$ 和 $q_{0,t\rightarrow\infty}$ 的大小, 并与相应的常涡动系数模型下的结果进行了比较 (图 6、图 7)。

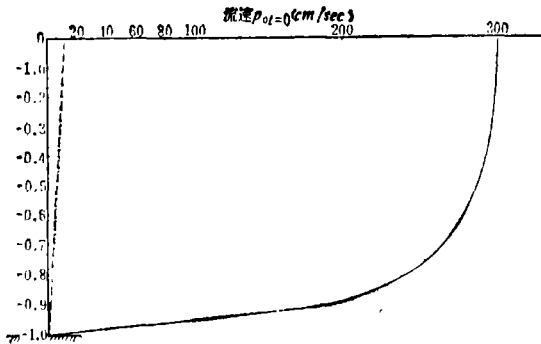


图6 $t = 0$ 时刻速度的铅垂分布, 风生流的流剖面

——相应于 $F(\zeta) = (1 + 0.85\zeta)^3$,
 ----相应于 $F(\zeta) = 1$ 。

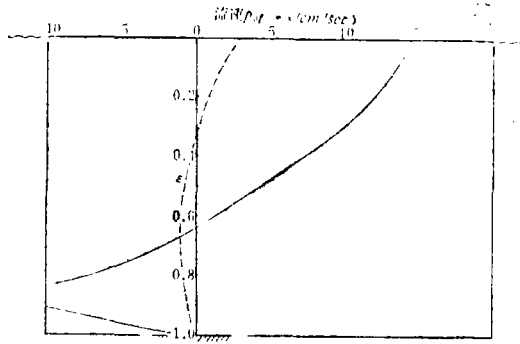


图7 定常流速的铅垂分布, 合成流的流剖面

——相应于 $F(\zeta) = (1 + 0.85\zeta)^3$,
 ----相应于 $F(\zeta) = 1$ 。

五、结 语

本文就一个物理上所容许的、任意的、深度之函数的涡动系数模型给出了一种充分发展之端的超浅海风暴潮零阶和一阶预报方程。导出了广泛流行的底摩擦线性经验规律, 从而给出了涡动系数与湍阻尼系数之间的函数关系。建议了一种确定涡动系数铅垂剖面的近似方法。估计了准定常阶段风暴潮位相对风应力的时间滞后, 表明了量阶上与依观测记录而统计的结果是一致的。估算了风暴潮流, 表明其量阶是正确的。

参 考 文 献

- (1) 孙文心、冯士符、秦曾灏, 超浅海风暴潮零阶模型的数值计算 I, 海洋学报, 1 (1979), 2, 193—211.
- (2) 秦曾灏、冯士符, 浅海风暴潮动力机制的初步研究, 中国科学, (1975), 1, 64—78; 或 SCIENTIA SINICA, XVIII (1975), 2, 242—281.
- (3) Davies, A. M., Three-dimensional model with depthvarying eddy viscosity, Bottom Turbulence, ESPC, 1977, 27—48.
- (4) Groen, P. & Groves, C.W., Surges, The Sea, 1, Ch.17, ISP, 1962, 611—646.
- (5) Hansen, W., Tides, The Sea, 1, Ch.23, ISP, 1962, 764—801.
- (6) Heaps, H.S., On the numerical solution of the three-dimensional hydrodynamical equations for tides and storm surges, Mémoires Société Royale des Sciences de Liege, 6e série terie II, 1971,

143—180.

- (7) Hinze, J.O., *Turbulence*, McGraw-Hill Book Company, Inc, 1959.
- (8) Keulegan, G.H., The form factor in wind-tide formulas, *Natl. Bur. Std (U.S.) , Ann. Rept.* No.1835, 1952.
- (9) Nihoul, J.C.J., Three-dimensional model of tides and storm surges in a shallow well-mixed continental sea, *Dyn. Atmos. Oceans.*, 2 (1977), 29-47.

AN ULTRA-SHALLOW WATER STORM SURGE MODEL WITH VARIABLE EDDY VISCOSITY

Feng Shizuo

(*Shandong College of Oceanology*)

and Shi Ping

(*General station of Marine Hydrometeorological Forecasts of the National Bureau of Oceanography*)

ABSTRACT

A well-mixed ultra-shallow water storm surge model with eddy viscosity which is a physically acceptable arbitrary function of depth is developed. The empirical linear law of bottom friction is derived, which provides a functional relationship between the eddy viscosity and the turbulence damping coefficient. An approach for establishing asymptotic vertical profiles of the eddy viscosity is proposed. Currents are estimated and compared with ones in the case of constant eddy viscosity. A theoretical estimation of time lag between the surge and the wind stress in a stage of quasistationary development of the surge shows agreement in order of magnitude with observed data.