

矩形人工岛波浪爬高的数值模拟

竺艳蓉

(天津大学海洋与船舶工程系)

摘要 本文基于线性绕射理论,提出了采用波源分布法计算矩形人工岛上波浪爬高的数值模型.在三种入射波向($\alpha=0^\circ$ 、 45° 、 90°)下进行数值计算,所得到的结果与整体模型试验的实测结果进行了比较,二者吻合较好.表明波源分布法是确定波浪爬高的一个有效方法,可为人工岛工程设计提供可靠的高度参数.

关键词 人工岛 波浪爬高 波源分布法

前言

近年来渤海沿岸海域的石油勘探取得了丰硕成果,在老黄河入海口东侧水深为0~12m的海域已经发现了油、气储量丰富的大型油田,命名为埕岛油田.

人工岛作为一种油、气开发手段,在国外已有几十年的建造历史,它具有控制油田面积大,抵抗波、流、冰、地震等环境荷载的能力强,便于钻采,利于集储等优点,将被我国沿岸海域开发油、气所采用^[1].

埕岛油田所在海域地质条件较差,表层砂土在波浪、潮流和地震等动力荷载作用下,极易产生冲刷、浅层滑动和振动液化.针对这种情况,推荐钢管桩岛壁结构方案,使人工岛具有较强抗滑和抗倾的性能.

根据人工岛控制油田面积大,共打153口井的要求,选用岛截面为长180m、宽120m的矩形,但为了改善岛周围的水流条件,其四角改成为圆角(圆半径为40m).

波浪对人工岛的绕射所引起岛壁面上的波浪爬高是确定人工岛岛顶高程的主要指标.影响人工岛上波浪爬高的因素很多,主要是入射波浪的波高 H 、周期 T 、波向 α 、岛前水深 d 、人工岛的型式和尺度以及岛壁面的糙渗性等.目前国内外根据模型试验和现场观测所提出的波浪爬高的经验公式^[2~6]都有一定的局限性,本文基于线性绕射理论,提出采用波源分布法计算人工岛上波浪爬高的数值模型.在数值计算中使用了级数形式的格林函数.选取模型比尺为60,进行了波浪爬高的模型试验,对数值计算的可靠性进行了验证.

1 基本方程

设岛壁面为不渗水的光滑面, 海水为不可压缩的理想流体, 并作有势运动. 入射波浪以不同方向向人工岛推进 (图 1). 按线性绕射理论分析, 受人工岛扰动后的波动场中任一点的总速度势 $\Phi(x, y, z, t)$ 由入射波速度势 $\Phi_i(x, y, z, t)$ 和散射波速度势 $\Phi_s(x, y, z, t)$ 两部分组成, 即:

$$\Phi(x, y, z, t) = \Phi_i(x, y, z, t) + \Phi_s(x, y, z, t). \quad (1)$$

它应满足 Laplace 方程:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (2)$$

和自由水面 $z=0$ 、海底面 $z=-d$ 、浸润岛壁面 $S(x, y, z)=0$ 等边界条件:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (\text{在 } z=0), \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (\text{在 } z=-d), \quad (4)$$

或

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial n} &= 0 \\ \frac{\partial \Phi_s}{\partial n} &= -\frac{\partial \Phi_i}{\partial n} \end{aligned} \right\} \quad [\text{在 } S(x, y, z) = 0] \quad (5)$$

以及离岛壁面无穷远 ($r \rightarrow \infty$) 处的 Sommerfeld 辐射条件:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial \Phi_s}{\partial r} - ik\Phi_s \right) = 0, \quad (6)$$

式中, n 方向为岛壁面的外法线方向, r 为径向距离, L 为波长, $k=2\pi/L$.

入射势 Φ_i 满足式 (2) ~ (4) 的解析解为:

$$\Phi_i = A \frac{\text{ch}k(z+d)}{\text{ch}kd} \Phi_i(x, y) e^{-i\omega t}, \quad (7)$$

式中,

$$A = -i \frac{gH}{2\omega} \quad (8)$$

$$\Phi_i(x, y) = e^{i(kx \cos \alpha + ky \sin \alpha)}, \quad (9)$$

这里, $\omega=2\pi/T$, α 为入射波向与 x 轴正向的夹角.

满足式 (2) ~ (6) 的散射势 Φ_s 采用波源分布法^[7~10] 数值求解得到, 即认为波动场任一点的散射波速度势是由浸润岛壁面上的点波源的分布所引起, 可表示为:

$$\Phi_s(x, y, z, t) = \frac{kA}{4\pi} \iint_S f'(\xi, \eta, \zeta) G'(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) dS e^{-i\omega t}, \quad (10)$$

式中, $f'(\xi, \eta, \zeta)$ 为浸润岛壁面上点波源的强度分布函数; $G'(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$ 为点波源的格林函数, 它表示岛壁面上某一点 (ξ, η, ζ) 具有单位强度的点波源对波动场中任一点 (x, y, z) 所引起的源势; dS 为微分面积. 引入 kA 是为了当点波源的格林函数 $G'(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$ 使用级数形

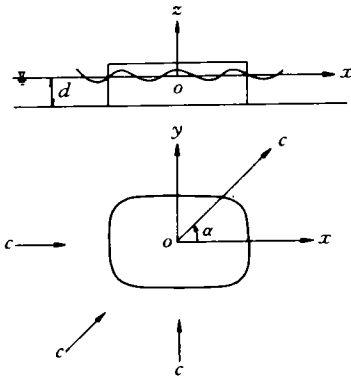


图 1 计算坐标系

式时,能使 f' 成为无因次数.

Wehausen 和 Laitone^[1] 已给出满足 Laplace 方程、自由水面、海底面边界条件和辐射条件的点波源的格林函数,其级数形式为:

$$G'(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \frac{2\pi(v^2 - k^2)}{(k^2 - v^2)d + v} \operatorname{ch}k(z+d) \operatorname{ch}k(\zeta+d) [-iH_0^{(1)}(kr)] \\ + 4 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\mu_m^2 + v^2}{(\mu_m^2 + v^2)d - v} \cos\mu_m(z+d) \cos\mu_m(\zeta+d) K_0(\mu_m r), \quad (11)$$

式中,

$$v = \frac{\omega^2}{g} = kthkd, \quad (12)$$

$$r = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (13)$$

$H_0^{(1)}(kr)$ 为零阶第一类 Hankel 函数, $K_0(\mu_m r)$ 为零阶第二类修正 Bessel 函数. μ_m 为下列方程的正实根:

$$\mu_m \tan(\mu_m d) + v = 0. \quad (14)$$

由于人工岛为直立壁面,故壁面上点波源的强度分布函数可表示为:

$$f'(\xi, \eta, \zeta) = f(\xi, \eta) \frac{\operatorname{ch}k(\zeta+d)}{\operatorname{ch}kd}, \quad (15)$$

式中, $f(\xi, \eta)$ 为线(垂线)波源的强度分布函数. 这样,散射势 Φ_s 也可表示为:

$$\Phi_s(x, y, z, t) = A \frac{\operatorname{ch}k(z+d)}{\operatorname{ch}kd} \varphi_s(x, y) e^{-i\omega t}. \quad (16)$$

将式(15)和(16)代入式(10),则 $\varphi_s(x, y)$ 有:

$$\varphi_s(x, y) = \frac{k}{4\pi} \int_l f(\xi, \eta) G(x, y; \xi, \eta) dl, \quad (17)$$

式中, dl 为岛截面的微分周边长, $G(x, y; \xi, \eta)$ 为线波源的格林函数,它可以通过点波源格林函数 $G'(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$ 的积分得到:

$$G(x, y; \xi, \eta) \frac{\operatorname{ch}k(z+d)}{\operatorname{ch}kd} = \int_{-d}^0 G'(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) \frac{\operatorname{ch}k(\zeta+d)}{\operatorname{ch}kd} d\zeta. \quad (18)$$

将式(11)代入式(18),得:

$$G(x, y; \xi, \eta) = i\pi H_0^{(1)}(kr). \quad (19)$$

有了上述的线波源格林函数 $G(x, y; \xi, \eta)$, 问题转到如何确定式(17)中的 $f(\xi, \eta)$. 它可利用浸润岛壁面 S 的边界条件式(5)得到,即:

$$-\frac{1}{2}f(x, y) + \frac{1}{4\pi} \int_l f(\xi, \eta) \frac{\partial G}{\partial n}(x, y; \xi, \eta) dl = -\frac{1}{k} \frac{\partial \Phi_1}{\partial n}, \quad (20)$$

式中,

$$\frac{\partial G}{\partial n} = \frac{\partial G}{\partial x} n_x + \frac{\partial G}{\partial y} n_y, \quad (21)$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial n} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} n_x + \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} n_y. \quad (22)$$

这样,已知式(9)的 $\varphi_1(x, y)$ 和式(19)的 $G(x, y; \xi, \eta)$, 可由式(20)求解出源强度 f , 再

由式 (17) 得到 $\varphi_s(x, y)$.

有了入射势 $\varphi_i(x, y)$ 和散射势 $\varphi_s(x, y)$, 岛壁面处的波面高度 η 和波浪爬高 R 分别由下两式得到:

$$\eta = \frac{1}{2}H(\varphi_i + \varphi_s)e^{-\mu z}, \quad (23)$$

$$R = \eta_{\max}. \quad (24)$$

2 散射势 $\varphi_s(x, y)$ 的数值计算

将岛壁的周边长 l 分为 N 个直线单元, 其长度为 Δl_j ($j=1, 2, \dots, N$), 如图 2 所示,

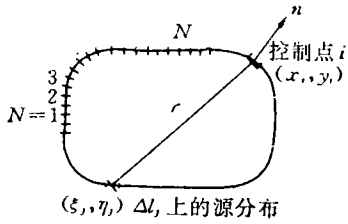


图 2 数值计算示意图

并设 Δl_j 上其源强度 f_j 为一常量. 取每个线单元的中心点为控制点 i , 其坐标为 (x_i, y_i) , 这样只要求每一个线单元的中心点处满足式 (20) 即可. 于是积分方程式 (20) 可列出 N 个线性方程组:

$$\sum_{j=1}^N B_{ij} f_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (25)$$

或用矩阵表示:

$$[B](f) = (b), \quad (26)$$

式中,

$$b_i = -\frac{2}{k} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n} \right)_i, \quad (27)$$

$$B_{ij} = -\delta_{ij} + \frac{1}{2\pi} \int_{\Delta l_j} \frac{\partial G}{\partial n}(x, y; \xi, \eta) dl, \quad (28)$$

这里 δ_{ij} 是克罗内克 (Kronecker) 符号. 又设在 Δl_j 上, $\partial G / \partial n$ 为一常量, 于是式 (28) 可近似为:

$$B_{ij} = -\delta_{ij} + \frac{\Delta l_j}{2\pi} \frac{\partial G}{\partial n}(x_i, y_i; \xi_j, \eta_j). \quad (29)$$

$$\left. \begin{aligned} B_{ij} &= \frac{\Delta l_j}{2\pi} \frac{\partial G}{\partial n}(x_i, y_i; \xi_j, \eta_j) & (i \neq j) \\ B_{ij} &= 1 & (i = j) \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

控制点 i 处的散射势 φ_{si} 式 (17) 也可写为:

$$\varphi_{si} = A_{ij} f_j \quad (31)$$

或用矩阵表示:

$$(\varphi) = [A](f), \quad (32)$$

式中,

$$A_{ij} = \frac{k}{4\pi} \int_{\Delta l_j} G(x, y; \xi, \eta) dl. \quad (33)$$

设在 Δl_j 上 G 为一常量, 则 A_{ij} 可近似为:

$$A_{ij} = \frac{k \Delta l_j}{4\pi} G(x_i, y_i; \xi_j, \eta_j), \quad i \neq j. \quad (34)$$

但当 $i=j$ 时, 式 (33) 的被积函数出现奇点, 对此, Isaacson 在文献 [9] 中给出了当 $k\Delta l \ll 1$ 时 A_{ii} 的计算公式, 即:

$$A_{ii} = \frac{k\Delta l_i}{2\pi} [\ln(\frac{\Delta l_i}{2}) - 1]. \quad (35)$$

由上可见, 散射势 ϕ 的计算工作量主要是计算 $N \times N$ 阶矩阵 B_{ij} 和 A_{ij} 以及求解式 (25) 中的 f_j .

3 计算结果与实验比较

线单元的划分和 N 的选取会直接影响到计算的精度^[12]. 原则上在岛壁圆弧段周长的线单元划分要密些, 直线段周长的线单元可划分疏些. 如何合理选取 N , 预先取半径为 a 的圆柱体进行数值试验, 见表 1. 表中的

表 1

N	$R(N)/R$	
	$Ka=1$	$Ka=2$
16	1.15	1.24
32	1.07	1.14
48	1.04	1.08

$R(N)$ 等于取不同 N 数值计算在 $x = -a$ 处波浪爬高值; R 等于由 MacCamy 和 Fucks 给出的解析计算在 $x = -a$ 处波浪爬高值. 我们发现选取不同的 N , 它对 R 计算精度的影响是较大的. 针对人工岛的尺度和计算精度的要求, 选取线单元总数 $N=66$ (其中直线段 $N_1=30$, 圆弧段 $N_2=36$), 根据试验的波浪参数: $d/L=0.12$, $H/d=0.49$, $l'/L=1.49 \sim 2.33$ (l' 为人工岛沿波向的长度) 和入射波向 $\alpha=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 三种情况计算岛壁周边每一线单元中心点 (x_i, y_i) 上的波面高度历时过程 $\eta(t)$.

模型试验选取几何比尺 $\lambda=60$, 在长 25m、宽 8m、深 0.9m 的水池中进行. 水池装有规则波造波系统, 造波机由可控硅直流电源驱动, 可以在波高、周期等方面进行无级调节. 岛壁周边上波面高度 η 的测量采用中国水利水电科学研究院生产的 DS-30 型多点波高仪, 该仪器配合微机使用, 使采集数据和处理数据可以同时连续进行. 布置 16 个测点, 当入射波向 $\alpha=45^\circ$ 时, 在波浪入射点增设一个测点, 见图 3.

从波面高度的历时过程 $\eta(t)$ 来看, 沿岛壁周边上的各个位置其最大波面高度 η_{\max} 出现的时刻是不相同的, 数值大小也不相同, 表 2 和图 3 给出了入射波向 $\alpha=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 三种情况的波浪爬高 $R/H = \eta_{\max}/H$ 沿岛壁周边的分布. 数值计算和模型试验所得到的 R/H 分布, 两者基本上是一致的. 在迎波面 R/H 为最大, 在背波面 R/H 为最小. 但从数值大小来看, 迎波面数值计算 $(R/H)_c$ 比实验值 $(R/H)_e$ 偏小 6%~8%, 背波面 $(R/H)_c$ 略大于 $(R/H)_e$. 若增加线单元总数 N , 预计会取得更满意的计算成果.

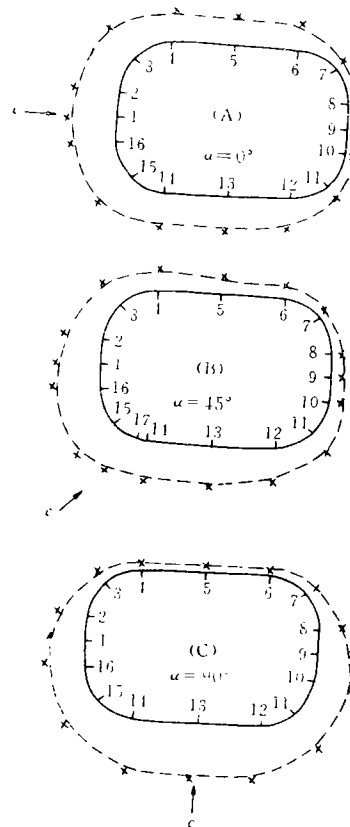


图 3 R/H 沿岛壁的分布

表 2 波浪爬高 R/H

测 点	$\alpha=0^\circ$			$\alpha=45^\circ$			$\alpha=90^\circ$		
	d/L	H/d	t'/L	d/L	H/d	t'/L	d/L	H/d	t'/L
	R/H			R/H			R/H		
	计算值	实验值		计算值	实验值		计算值	实验值	
1	1.19	1.25		1.07	1.14		0.85	0.91	
2	1.14	1.22		1.00	1.05		0.65	0.70	
3	0.97	1.00		0.70	0.74		0.30	0.34	
4	0.81	0.90		0.54	0.57		0.20	0.18	
5	0.75	0.78		0.35	0.40		0.20	0.19	
6	0.63	0.65		0.26	0.25		0.20	0.18	
7	0.36	0.35		0.28	0.26		0.35	0.37	
8	0.24	0.22		0.27	0.24		0.63	0.69	
9	0.27	0.25		0.30	0.35		0.82	0.90	
10	0.24	0.22		0.34	0.35		0.95	1.02	
11	0.37	0.35		0.55	0.60		0.96	1.04	
12	0.64	0.63		0.87	0.95		1.28	1.32	
13	0.76	0.79		1.00	1.07		1.30	1.35	
14	0.84	0.90		1.04	1.12		1.28	1.34	
15	0.98	1.00		1.14	1.18		0.95	1.06	
16	1.14	1.23		1.10	1.14		0.94	1.00	
17				1.06	1.15				

4 结论

本文以油田开发中矩形人工岛的设计为背景,提出了采用波源分布法计算人工岛上波浪爬高的数值模型.将数值计算结果用模型试验的实测资料进行了验证,认为这种数值计算方法是计算不同型式和尺度人工岛上波浪爬高一种有效的方法.

在数值计算中,线单元的划分和 N 的选取直接影响到计算精度,而计算的工作量却大致正比于 N^2 ,所以合理地划分线单元和选取 N 是取得有足够精度计算成果的一个关键问题.

参考文献

- 1 埭岛油田第一期海上开发工程系统及海上工程结构物方案研究论证报告.天津大学海洋与船舶工程系,1990
- 2 Galvin C J. Wave runup on vertical cylinders. 13th ICCE, Vol. 3, 1972, 1955~1974
- 3 Isaacson M de st Q. Wave runup around large cylinder. ASCE, Vol. 104, 1978, 69~79
- 4 Wang J L and R L Ay. Design criteria for wave runup on artificial islands. OTC, 4580, 1983
- 5 中国交通部港口工程技术规范.北京:人民交通出版社,1988
- 6 陈国平,余广明,章家明.平台高程与宽度对不规则波爬高的影响.海洋工程,1992,10(4):59~67
- 7 Garrison C J and P Y Chow. Wave forces on submerged bodies. ASCE, Vol. 98, 1972, 375~392
- 8 Hogben N and R G Standing. Experience in computing wave loads on large bodies. OTC, 2189, 1975
- 9 Isaacson M de st Q. Vertical cylinders of arbitrary section in waves. ASCE, Vol. 104, 1978, 309~324
- 10 陶建华,竺艳蓉,杨明华.海上重力式平台波浪力的数值计算和实验验证.天津大学学报,1987,(4):85~94
- 11 Wehausen J V and E V Laitone. Surface Waves. Encyclopedia of Physics, S Flugge, editor, Vol. 9, Springer-Verlage, Berlin, 1960, 446~778
- 12 竺艳蓉.海洋工程波浪力学.天津:天津大学出版社,1991