

赵艳玲, 邓冰, 张铭, 等. 海洋对热带气旋风应力响应的准平衡解析解[J]. 海洋学报, 2019, 41(6): 1—11, doi:10.3969/j.issn.0253-4193.2019.06.001

Zhao Yanling, Deng Bing, Zhang Ming, et al. The quasi-balanced analytical solution of ocean response to wind stress of tropical cyclone [J]. Haiyang Xuebao, 2019, 41(6): 1—11, doi:10.3969/j.issn.0253-4193.2019.06.001

海洋对热带气旋风应力响应的准平衡解析解

赵艳玲¹, 邓冰², 张铭^{3*}, 刘赛赛¹, 胡冬¹

(1. 中国人民解放军 31010 部队, 北京 100081; 2. 北京应用气象研究所, 北京 100029; 3. 国防科技大学 气象海洋学院, 江苏 南京 211101)

摘要: 为考察海洋上层各物理量对热带气旋风应力的响应问题, 本文利用海洋线性化约化重力方程组开展了解析研究, 所得主要结论如下: 求解该问题使用跟随热带气旋中心移动的极坐标较为方便, 当热带气旋风应力在热带气旋云墙内即热带气旋眼中为静止, 在云墙处及之外随该极坐标半径增加而成反比衰减时, 可求得该问题在此极坐标系中的定常解析解, 该解强度与风应力成正比; 解的流场在热带气旋云墙内为静止, 在云墙处及之外呈现有向外流出的气旋式涡旋形态, 且随极坐标半径增加而衰减。在云墙之外离云墙较近处, 解的切向流速大于径向流速, 在更远处则反之。解的径向流与热带气旋切向风应力平衡, 切向流是梯度流, 流动呈水平无辐散状态。在热带气旋眼中以及云墙处, 海洋上层的厚度不变, 且达到最小值。从云墙向外则厚度值逐渐增加。厚度值的变化反映了密度跃层的变化, 在厚度值最小处附近, 跃层位置有明显抬升, 这会造成跃层附近海水涌升, 从而海洋上层的响应涡旋是冷性的。略去海洋上层对热带气旋移动响应, 将此移动极坐标系中的解返回到固定坐标系后, 则解的空间分布形态不变, 但由定常解转变为非定常解, 且随热带气旋一起移动; 此解最重要的物理性质是其具有准平衡性, 这与非平衡的近惯性振荡与重力惯性内波有本质区别。

关键词: 热带气旋; 风应力; 海洋响应; 准平衡解析解; 约化重力模型

中图分类号: P732.6

文献标志码: A

文章编号: 0253-4193(2019)06-0001-11

1 引言

热带气旋(包含不同发展阶段的热带风暴和台风等, 以下均称 TC)是高影响天气过程, 并会导致海流和海温的异常变化, 特别在海洋上层会出现较大的流速和降温^[1-3]。由于海洋上船舶测量的困难和浮标观测的不足, 很大程度上限制了 TC 影响海洋过程的研究。目前该研究大多依赖于观测资料的诊断分析以及采用数值模式所做的数值模拟和试验^[4-7]。早

在 1967 年, Leipper^[8]就对 1964 年墨西哥湾的“希尔达”(Hilda)飓风开展了观测研究, 发现在飓风中心经过的路径上, 60 m 深的海水被抽吸到海表面, 同时出现表面暖水的向外输运, 并在飓风边缘下沉, 向外输运的暖水通过混合而冷却, 抽吸和混合在飓风强风区边缘产生 5℃ 的降温。Black 和 Withee^[9]通过分析 1975 年“埃洛伊塞”(Eloise)飓风资料, 发现在飓风路径上, 海表面温度 24 h 下降了 2.5℃。Elsberry 等^[10]的非对称模式的模拟结果指出, TC 风应力对海洋上

收稿日期: 2018-04-11; 修订日期: 2018-10-26。

基金项目: 北极阁开放研究基金——南京大气科学联合研究中心(NJCAR2018ZD03)。

作者简介: 赵艳玲(1980—), 女, 河北省唐山市人, 高级工程师, 主要从事物理海洋学研究。E-mail: mmyxx325@163.com

* 通信作者: 张铭, 教授, 主要从事物理海洋学研究。E-mail: zhangm1945@163.com

层影响很大。Chang 和 Anthes^[11] 利用湍流动能平衡方程对两层海洋之间的垂直混合做了参数化处理后,进行了海洋流速、海水温度和混合层深度等要素对 TC 非线性响应的数值模拟,指出这些要素在 TC 中心的右侧变化更大。Price^[12] 研究了 SST 对飓风“埃洛伊塞”的响应,结果显示 SST 能够产生最大 3°C 的降温幅度,这一最大降温区发生在飓风路径右侧 60 km 附近的海洋上层。Black^[13] 综合了 10 年的机载抛弃式温度剖面测量系统 (Airborne Expendable Bathy Thermograph, AXBT) 和机载红外温度计 (Airborne Infrared Thermometer, AIRT) 及浮标观测资料,研究了不同的 TC 以及不同的参数下海洋温度场对 TC 的响应,结果表明在一个快速移动的 TC 过程中,最大海洋降温幅度发生在 TC 中心右后方 1 到 2 个最大风速半径距离内。Shay 等^[14] 指出,大气对海水的冷却作用在 SST 降温过程中的作用只有不到 20%,而海洋上层降温的一个重要物理机制是垂向混合,由温跃层卷夹到表面的冷水使表层海水降温,垂向混合可以使 SST 在 TC 经过后的 0.6~1.4 d 之内继续降温 1~2°C。韩林生等^[15] 回顾了 2012 年前上层海洋对热带气旋响应的研究进展,指出通过观测手段的完善、改进和数值模式的应用,人们对这方面的认识在不断提高。

海洋对台风的响应是海洋和大气科学的研究前沿^[16],然而直到今天,除了在更多不同海域开展研究^[17-19] 以及研究分析更加具体细致外^[4, 20-21],总的来说研究进展没有出现非常重大的突破,在海洋上层流场对 TC 的响应方面更是如此^[22]。究其原因,是因为在 TC 主体中海况恶劣,很难获取细致的海洋资料,以及数值模式仍受其分辨率、物理过程和初始资料限制的缘故^[7]。虽然已有研究工作表明,TC 能够使得海洋上层流场中出现近惯性振荡和重力惯性内波^[23];但是在 TC 强迫下,海洋上层中能否出现准平衡的响应流场?若能,其形态与结构又如何?相应于该流场,其海温分布和跃层又有何特点呢? 这些问题对物理海洋学而言都是重要的,但至今尚无准确具体的回答。诊断分析以及数值模拟试验因为有以上局限,也很难对以上问题做出圆满回答。曾庆存^[24] 指出:天气预报技巧的提高需要数值预报模式和技术的发展,需要对天气演变过程规律性认识的提高;它们都需要相应基础理论研究的发展。在物理海洋学中,情况也是如此。因此,针对海洋上层各物理量特别是流场对 TC 的响应问题,进行理论研究并得

到解析解是十分必要的,这也有助于圆满回答本文上面提出的那些重要问题。然而由于解析求解的困难性,直至当今,这方面的解析解还未见到。为此,本文从海洋对风应力响应的约化重力方程组出发,对 TC 风应力强迫的海洋上层运动做了解析研究;求得了海洋上层各物理量对 TC 风应力响应的准平衡解析解,揭示了其基本特征,回答了上面提出的问题。

2 控制方程组及求解方法

海洋密度跃层(以下简称“跃层”)之上的上层海洋水体对风应力的响应可使用一层半模型,即采用以下的线性化约化重力方程组^[25]:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + f\vec{k} \times \vec{V} = -\hat{g} \nabla h + \frac{\vec{T}_s}{\rho H}, \quad (1-1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (H\vec{V}) = 0, \quad (1-2)$$

式中, \vec{V} 为海洋水平流场, \vec{T}_s 为海表风应力矢量, \vec{k} 为垂直指向天顶的单位矢量, h 为受扰后海洋上层流体厚度与未受扰厚度的偏差场; ρ 为海洋上层密度, \hat{g} 为约化重力加速度, H 为未受扰的海洋上层厚度,这三者均取为常数;这里未考虑海洋中的摩擦耗散。

现设 TC 总体做匀速直线移动且强度不变,这大体符合一类 TC 在某时间段中的情况;此时将描写海洋运动的坐标系原点设在做匀速直线运动的 TC 中心,并始终随该 TC 做匀速直线移动。这样依牛顿第一定律,该移动坐标系与固定坐标系等价,故式(1)对固定坐标系与该移动坐标系均成立,不过两坐标系中自变量和因变量的形式有所不同,并存在坐标变换问题。由于该移动坐标系式(1)中的方程组是线性的,叠加原理成立,故可将式(1)中海洋流场和厚度偏差场对该 TC 风场的响应分解为两部分,一部分是对 TC 本身海面涡旋风场强迫的直接响应(以下称 A 部分),另一部分是对除 A 部分之外的海洋情况描写(以下称 B 部分),包括因坐标变换所造成的海洋状况描写的改变以及海洋对 TC 移动的反应。分解后则该移动坐标系式(1)中的物理量 \vec{V} 、 \vec{T}_s 和 h 可加下标 $l=1,2$,分别用以表示该移动坐标系中这些物理量的 A、B 部分;且有 $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$, $h = h_1 + h_2$, $\vec{T}_s = \vec{T}_{s1} + \vec{T}_{s2}$ 。

在该移动坐标系中,强迫海洋的 TC 本身涡旋风场可看作是定常圆对称的,故采用极坐标较方便。这

样在以下移动极坐标中,海洋流场的 A 部分,即对 TC 本身海面涡旋风场的直接响应可写为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv + \hat{g} \frac{\partial h}{\partial r} = 0, \quad (2-1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = \frac{T_{\theta s}}{\rho H}, \quad (2-2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + H \frac{\partial(ru)}{r \partial r} = 0. \quad (2-3)$$

这里为书写简便,式(2)中已略去了变量的下标“1”,以下也都如此,直到另有说明时为止。在式(2)中, u 为径向流速, v 为切向流速; $T_{\theta s}$ 表示 TC 本身涡旋的海面风应力切向分量;因 TC 中风应力的径向分量远小于切向分量,故在式(2)中已被略去。此外因该强迫风场是圆对称的,故本文中海洋的响应也设为圆对称(本文仅讨论这种情况),这样式(2)中已取对 θ 的偏微商为0,即有 $\partial(\quad)/\partial\theta = 0$ 。现求方程组(2)的解析解。

3 定常解析解的求取及解的形态

3.1 定常解的求取

现求取定常解析解。在求解之前先对风应力的形式加以设定。考虑到 TC 切向风速在 TC 眼外围云墙所在的 r_m 处向外,其大致是与距离 r 成反比衰减的^[26],而在云墙以内的 TC 眼附近风速微弱;故可设云墙处切向风应力最大,其向外则与距离 r 成反比,在云墙内的 TC 眼区可认为风应力是0;而风应力在云墙处有一个间断,反映了 TC 切向风速在该处呈急剧增强的状况。不失一般性,上述风应力可写成以下形式:

$$T_{\theta s} = \frac{\alpha \tilde{\rho} \tilde{H} r_m V_m}{r}, \quad r \geq r_m, \quad (3-1)$$

$$T_{\theta s} = 0, \quad r < r_m, \quad (3-2)$$

式中, $\tilde{\rho}$ 、 \tilde{H} 是上层海水密度和上层厚度的典型值,为常数; V_m 为 TC 的最大切向风速,其出现在 TC 眼心外的云墙处即 $r = r_m$ 处,此时在该云墙外即 $r > r_m$ 的区域,此 TC 的切向风速表达式为 $V_a = r_m V_m / r$;式(3-1)中 $\alpha > 0$ 是一经取定则不变的无量纲比例系数。

以下考虑该方程组(2)的定常解在云墙外即 $r \geq r_m$ 区域的表达式。由式(2-2)和式(3-1)知

$$u = \frac{T_{\theta s}}{f \rho H} = \frac{\alpha r_m \tilde{H} V_m}{r H} = \alpha \frac{\tilde{H}}{H} V_a, \quad (4-1)$$

因海水的密度变化很小,式(4-1)中已取 $\tilde{\rho} / \rho = 1$ 。由

式(2-1)还知在定常情形下因 $\partial u / \partial t = 0$,故海洋响应的切向流有梯度流平衡,即有 $v = (\hat{g} / f) dh / dr$ 。由式(4-1)还可见,径向速度 $u > 0$,故在 $r \geq r_m$ 区域,其流向是沿极坐标半径方向的,即向外流动,这就就会造成该区域海洋上层厚度(其值为 $H + h$, h 为厚度偏差)的减小,在离极坐标中心足够远处可认为已不受 TC 影响,此时该厚度值已接近未受扰时的海洋上层厚度值 H ,即有 $h \approx 0$;而在 r_m 处以及其外侧,因该处 u 较大,故厚度减小得也较明显,即厚度偏差值 $|h|$ 较大;如此则可选取具有此特点的函数作为 h 的表达式。当无量纲数 $\gamma > 0$ 时,显然函数 $1 / r^\gamma$ 具有以上特点,在此参数 γ 决定了 h 沿径向变化的快慢程度, γ 越大则 h 沿径向变化得越快;不失一般性,此时 h 可写成以下形式:

$$h = -\frac{r_m^\gamma}{r^\gamma} h_m = -\delta \frac{r_m^\gamma}{r^\gamma} \frac{f \tilde{H} V_m r_m}{\hat{g} H}, \quad (4-2)$$

式中, h_m 为 $r = r_m$ 处厚度偏差的绝对值 $|h|$,且有 $|h| = \delta f \tilde{H} V_m r_m / (\hat{g} H)$, $\delta > 0$ 也为一经取定则不变的无量纲比例系数;式中的负号则反映了该绝对值 $|h|$ 随 r 增加而减小的情况(此时上层厚度值 $H + h$ 随 r 增加而增大)。将 h 对 r 求导后由梯度流平衡公式 $v = (\hat{g} / f) dh / dr$ 可得:

$$v = \frac{\delta \gamma \tilde{H} V_m r_m^{1+\gamma}}{H r^{1+\gamma}} = \frac{\delta \gamma r_m^\gamma \tilde{H} V_a}{r^\gamma H}, \quad (4-3)$$

在 TC 云墙内的 TC 眼范围,即 $r < r_m$ 处,因风速微弱,故可设为:

$$u = v = 0, \quad (5-1)$$

$$h = -\frac{\delta f \tilde{H} V_m r_m}{\hat{g} H}, \quad (5-2)$$

式中, h 与 r 无关,并等于其在 TC 眼墙处的数值。

将式(4)和式(5)分别代入方程组(2)中容易验证,在 $r > r_m$ 和 $r < r_m$ 区间其都满足该方程组,故确是该方程组在此两区间的定常解析解。在 $r = r_m$ 处 u 、 v 存在间断,但 h 仍是连续的。

3.2 解的形态

此定常解与 TC 风应力的直接强迫有关,是海洋对 TC 响应的重要环节。除以上指出的该解有两个平衡之外,在此还要指出,除 $r = r_m$ 处外,该解均是水平无辐散的;且由式(2-3)可见,其解有 $\partial h / \partial t = 0$ 。上面已提及,在 TC 眼中,响应的流速为0,这样此定常解在 $r = r_m$ 处即云墙处存在流速的间断;这虽反映该处的流速剧增,但与实际情况还是有所差别,实

实际上该处流速应是连续的;究其原因是在以上控制方程组中为解析求解方便而略去了摩擦耗散;而在该间断处,由于速度差异巨大,摩擦耗散也十分明显,会导致该处明显的动量侧向混合,从而造成实际上该间断的消失。

在该解的表达式(4)和表达式(5)中,还存在3个无量纲参数 α 、 γ 和 δ ,其与该解的强度和结构直接有关。现对其值进行估计。海洋流场与大气风场相比要小两个量级(海洋流场量级为0.1 m/s而大气风场为10 m/s),故由式(4-1)知系数 α 的量级为 10^{-2} (注意 \tilde{H}/H 的量级为1),本文以下就取 $\alpha = 10^{-2}$ 。下面再来确定无量纲参数 δ 。在线性情况下,因 h 是海洋上层的厚度偏差,故其出现在 $r = r_m$ 处的最大值 h_m 必须比海洋上层厚度的典型值 \tilde{H} 小1个量级,故可设 $h_m \approx 0.2\tilde{H}$ 。注意到此关系并通过在 $r = r_m$ 处式(4-2)的值可估计参数 δ 的量级:

$$\delta \approx \frac{h_m \hat{g} H}{f \tilde{H} V_m r_m} = \frac{0.2 \hat{g} H}{f V_m r_m} \approx \frac{0.2 \times 3 \times 10^{-2} \times 10^2}{10^{-4} \times 20 \times 10^4} = 3 \times 10^{-2}. \quad (6)$$

由式(6)知参数 δ 和参数 α 具有同样的量级,本文以下也就取参数 $\delta = 3 \times 10^{-2}$ 。考虑到 u 的分布在TC云墙外与 r 成反比关系,同时也为了简单,取 $\gamma = 1$,这样 h 的分布就与 u 的分布一致,均与 r 成反比关系。当然,以上3个无量纲参数 α 、 γ 、 δ 的值也可由大量海洋对真实TC响应的统计资料来确定。

现取无量纲参数 α 、 γ 、 δ 为以上值,并取TC在云墙处的切向风速即其最大风速 V_m 为30 m/s, $r_m = 10$ km (TC眼直径为20 km),海洋上层厚度就取其典型值为150 m(此时 $\tilde{H}/H = 1$)。再取 $f = 2\omega_{\text{earth}} \sin \varphi$; $\omega_{\text{earth}} = 0.000\ 072\ 9$ rad/s,是地球自转角速度,纬度 φ 取 30° ;取约化重力加速度值 $\hat{g} = 0.003g$,这里 $g = 9.8$ m/s²,为重力加速度。

图1a给出了该TC的切向风速 V_a 随 r 的分布。此图上在 $r \geq r_m$ 处切向风速取为 $V_a = r_m V_m / r$,而在 $r < r_m$ 处取为0。如果在 $r < r_m$ 处取为 $r V_m / r_m$,则此时该TC风场就具有兰金涡的形式,在文献[26]中也是将TC风场当作兰金涡来处理的。不过本文仅在 $r \geq r_m$ 处将TC风场取为兰金涡的形式。图1b和图1c分别给出了海洋对该TC强迫响应的径向流 u 和切向流 v 随 r 的分布。图1d给出了厚度偏差场

h 随 r 的分布。

由图1a可见,该TC切向最大风速为30 m/s,位于距TC中心20 km的云墙处,在距TC中心300 km处,TC的风速已衰减至1 m/s,可认为该处已在TC之外,在云墙内的TC眼中,风速则为0。图1b中与风应力平衡的海洋上层径向流速也在云墙处最大,为0.3 m/s,向外随 r 成反比衰减,这点与TC风速的分布形式类似;在云墙内流速也为0 m/s。图1c中,呈梯度流平衡的海洋上层切向流速同样在云墙处最大,为0.9 m/s,向外随 r^2 成反比衰减(参见式(4-3),此时取 $\gamma = 1$);在该云墙处切向流速(前者)要大于径向流速(后者),但因前者向外衰减得较后者快,故在距TC中心30 km处,两者流速相等均为0.1 m/s;再向外则后者要大于前者;而在云墙内两者流速均都为0 m/s。由图1a、图1b和图1c还可见,在距TC中心300 km处(上面已交待,该处可认为已处在此TC之外),海洋径向和切向流速分别为0.01 m/s和0.001 m/s,要比海洋的典型流速0.1 m/s分别小1个和2个量级,这样也可认为该处海洋流场对此TC风场强迫已基本无响应。从图1d可见,在TC中心到云墙处,厚度偏差 h 值为-22.3 m;再向外侧,其绝对值随 r 成反比减小,至距TC中心300 km处,其绝对值已降至0.74 m,故也可认为此处厚度偏差的响应可忽略。

图2a给出了该TC风场水平面上的分布,其仅有切向风,无径向风;在距TC中心20 km即云墙处风速最大,为30 m/s,向外则迅速减小,在距TC中心100 km处已减小至3.0 m/s,在云墙内的TC眼区,风速为0 m/s。图2b给出了海洋上层流场响应在水平面上的分布,该流场在云墙内的TC眼区即在 $r < r_m$ 处为静止,在云墙处即在 $r = r_m$ 处流速最大,为0.95 m/s,其中切向流为0.9 m/s,径向流为0.3 m/s;向外也迅速减小。TC风场与其响应流场相比,除两者数值大小相差两个量级外,水平分布也有明显不同,后者具有明显的向外径向流,呈现向外流出的气旋涡形状,而前者却无径向风,且在云墙及以外的分布类似于兰金涡。

图3a和图3b分别给出此定常解中海洋上层厚度的径向分布及在水平面上的分布,也即跃层的分布状况。由该图可见,在TC云墙内即TC眼中,该厚度达到最小,为127.7 m且其值不变;从云墙向外则厚度逐渐增加,在距TC中心300 km处,已增至149.3 m,很接近无TC强迫时海洋上层的厚度值。从厚度在水平面上的分布看,在TC风速较强处,其

表现为一个与切向流呈梯度流平衡的圆形低涡。注意在约化重力方程组中,海面高度的变化(前者)与海洋上层下边界即跃层高度的变化(后者)呈反位相关系,且后者要远大于前者,故上述厚度变化主要反映了跃层的变化,且在该圆形低涡处跃层的位置有明显

抬升,这会造成此处的海水涌升。在约化重力方程组中,虽然不能直接引入温度,但海洋上层厚度的分布仍可间接反映跃层处的温度分布,在厚度小处则温度低,反之亦然;由此可见该圆形低涡属冷性。

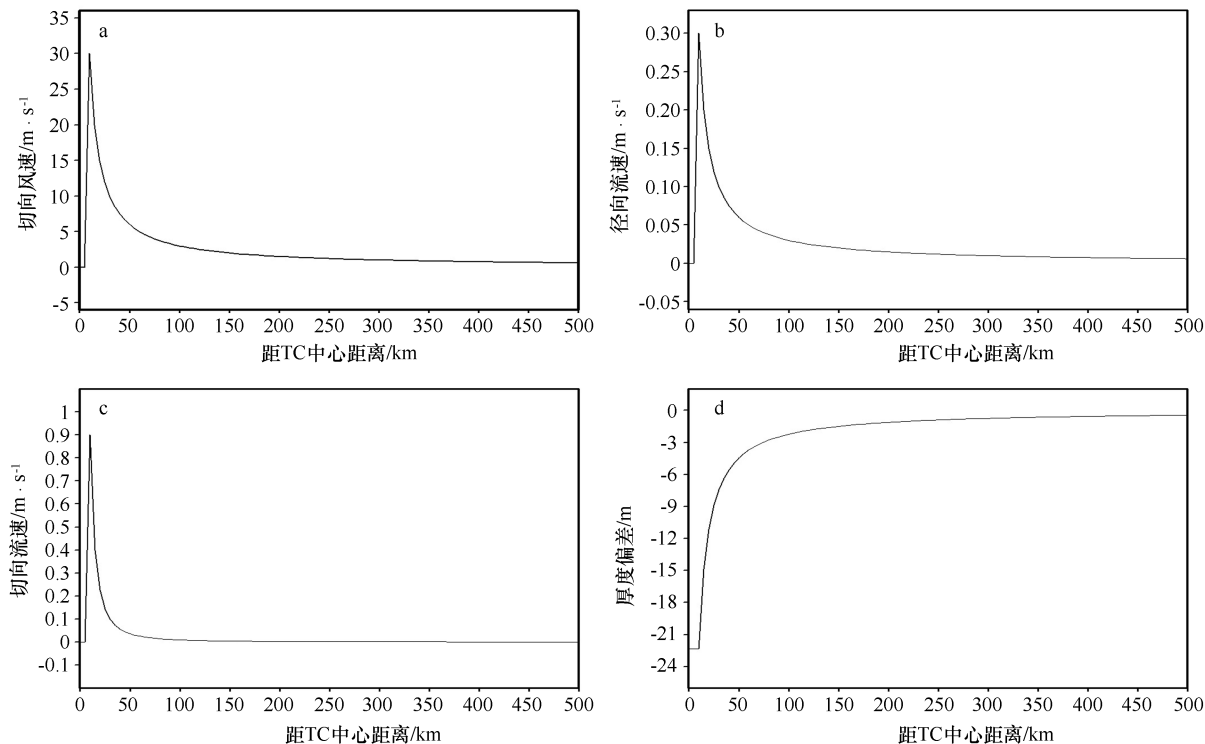


图1 TC环境要素的径向分布

Fig.1 Radial distributions of TC environmental elements

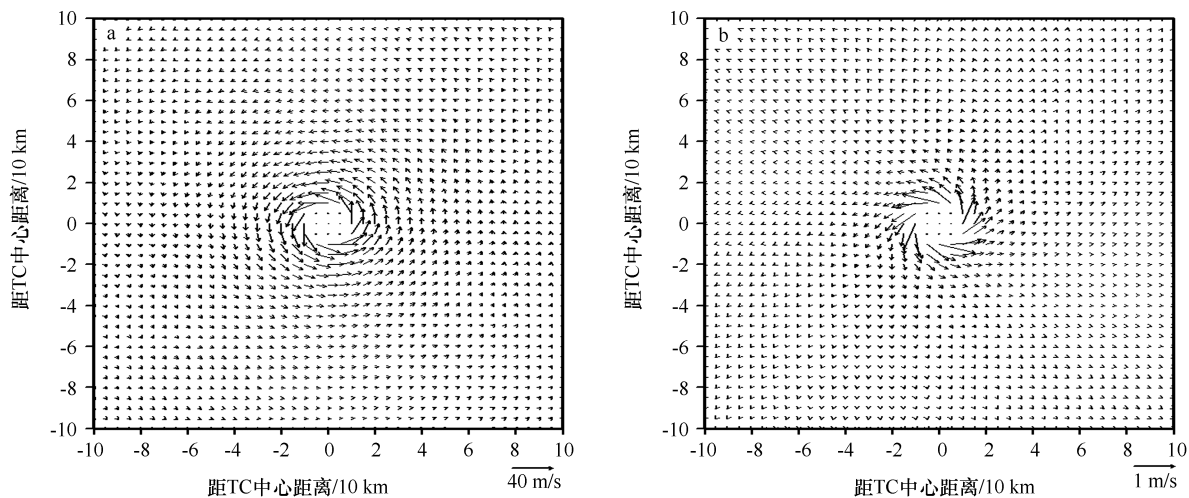


图2 TC风场(a)和海洋响应的流场(b)在水平面的空间分布

Fig.2 Horizontal spatial distribution of TC wind field (a) and ocean response current field (b)

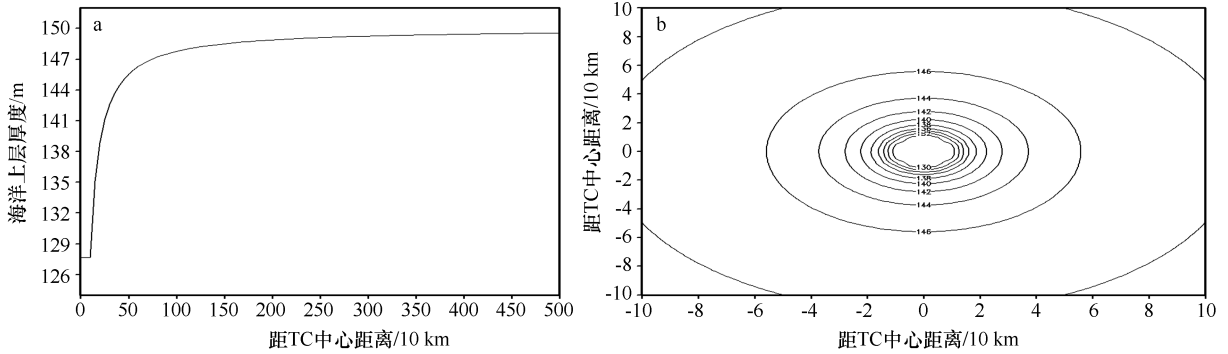


图 3 海洋上层厚度的径向分布(a)和水平面上(b)的分布

Fig.3 Radial distributions (a) and horizontal spatial distribution (b) of ocean upper layer thickness

图 4 给出了此 TC 风应力强迫下的大气和海洋状况的示意图。图中给出了环绕 TC 中心的梯度风分布。在大气边界层中,有 Ekman 输送向内(向 TC 中心),并把质量送入低压区,于是大气的 Ekman 输送造成的垂直速度是向上的。上层海洋中响应的切向流与大气中 TC 的切向风方向相同,径向流则与大气的 Ekman 输送方向相反,这种海洋上层的流动使得跃层向上抬升,并在跃层处形成了一个定常冷性气旋式涡旋。

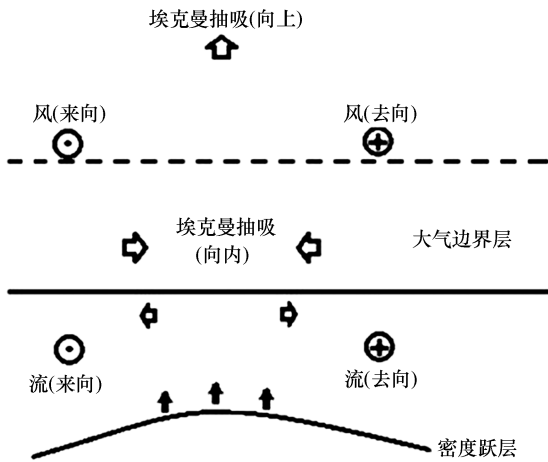


图 4 海洋上方有 TC 时的大气海洋状况示意图

Fig.4 Atmospheric and oceanic conditions in the presence of TC over the ocean

4 返回固定坐标系后的情况

为得到最终在固定坐标系中的情况,先要考察在移动坐标中对 B 部分的描写,该部分包括因坐标变换所造成的海洋状况的改变以及海洋上层对 TC 移动响应;弄清楚该部分后,再将移动坐标变换到固定

坐标。

4.1 移动坐标中对 B 部分的描写

现考察移动坐标中对 B 部分的描写。此时所用的方程组仍为式(1-1)、式(1-2),只不过取物理量的下标 $l = 2$ 。为方便以下也略去了下标“2”。设 TC 整体以均速 u_0 做直线运动,此时使用移动直角坐标系较方便。该移动直角坐标系 x 轴指向 u_0 方向, y 轴指向 x 轴的法线方向,原点与以上移动极坐标系原点重合,这样有:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv + \hat{g} \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{T_{xs}}{\rho H}, \quad (7-1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu + \hat{g} \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{T_{ys}}{\rho H}, \quad (7-2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + H \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0, \quad (7-3)$$

式中, u 为 x 方向流速, v 为 y 方向流速(注意在此 u 、 v 的含义与上两节中不同); h 仍为厚度偏差场; T_{xs} 、 T_{ys} 是因 TC 移动所造成的在 x 轴方向和 y 轴方向的应力(单纯的坐标变换不会造成 TC 本身风应力的改变,因坐标变换导致的海洋流速改变与大气风速改变相同)。对方程组(7)的求解,可采用求取一个非齐次方程组的特解再加上求取相应齐次方程组解的方式进行。显然,相应式(7)的齐次方程组的解为:

$$u = -u_0, \quad v = 0, \quad h = -fu_0y/\hat{g}. \quad (8)$$

此解是一个定常解,其物理意义为若有一个在固定坐标系中的静止海洋,在以速度为 u_0 移动的坐标系中观察,就呈现一个流速为 $-u_0$ 的海洋流动,且该流动是地转流。非齐次方程组(7)的特解依赖于 T_{xs} 和 T_{ys} 的形式, T_{xs} 和 T_{ys} 都跟随着 TC 移动,明显的 T_{xs} 和 T_{ys} 仅存在于 TC 的主体部分,向外衰减,到

TC 以外则为 0。从方程组(7)的数学形式看,当 T_{xs} 和 T_{ys} 不为 0 时,要解析求得该特解的难度很大,甚至不可能。然而在 TC 主体中,TC 的切向风速远大于 TC 的移动速度,故 B 部分受 TC 移动强迫的海洋响应解要远小于 A 部分的定常解,可将其忽略而影响不会太大。最终,在该移动直角坐标系中包含 A 和 B 部分的整个解,其为节 3 中 A 部分的定常解与 B 部分的解即式(8)两者之和,不过在此已忽略了海洋上层对 TC 移动响应。从物理上考虑,在 TC 主体部分,TC 路径右侧的切向风方向与 TC 的移动方向相同,左侧则相反,故 TC 主体部分的风应力在右侧要大于左侧,这样海洋上层的响应流场在右侧也大于左侧,海温下降亦如此,此时形成了非轴对称的状态;而这在资料诊断和数值模拟中均有体现^[15,20]。

4.2 固定坐标系中的情况

移动坐标返回到固定坐标时,自变量和因变量均要做变换,此时采用直角坐标系较方便,现设移动直角坐标系中的自变量为 x, y, z, t , 而固定坐标系中的自变量为 $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \hat{t}$, 则这两个坐标系自变量之间有以下关系

$$\hat{x} = x + u_0 t, \quad \hat{y} = y, \quad \hat{z} = z, \quad \hat{t} = t. \quad (9)$$

对于因变量,若无 TC 强迫情况时,在移动坐标系中由式(8)描写的海洋,现返回到固定坐标系后为静止,且无厚度偏差。在该移动坐标系中,其解为 A 部分的定常解与 B 部分的解式(8)两者之和,当返回固定坐标系时,式(8)在变换中已抵消,而上面已求得的 A 部分的解仍保留原先的形式,但此时自变量要按式(9)做变换。具体操作方法是先将 A 部分的那些解从极坐标的形式转换为直角坐标的形式,然后将自变量按式(9)做变换,其结果即为固定坐标系中的解。在此还要指出,将移动坐标系中的解返回到固定坐标系后,解的空间分布形式不变,但此时定常解已变成非定常的了,故而此时该解是准平衡的,且跟随 TC 一起移动。

现设节 3 中的 TC 沿固定坐标系的 \hat{x} 轴以 20 km/h 的速度移动,图 5 和图 6 分别给出了初始时刻后的 1~4 h, TC 风场和定常解流场在固定坐标系中的水平分布。图中固定坐标系的原点为 TC 中心的初始位置,即位于 $\hat{x} = 0, \hat{y} = 0$ 处;而初始时 TC 风场和相应于此定常解流场的水平分布则分别见图 2a 和图 2b。由图 2a、图 2b、图 5 和图 6 可见, TC 风场和海洋上层响应流场在水平面上的分布形式与初始时

一致,并以 20 km/h 的速度有规律地沿 \hat{x} 轴移动。在固定坐标中,海洋上层厚度的分布情况也与初始时一致,表现为一个冷的低涡(图 3b),并也以 20 km/h 的速度沿 \hat{x} 轴移动(图略)。

以上就完成了海洋上层对 TC 风应力响应准平衡解析解的求取,与实际情况的诊断对比,总的说来,两者还是一致的^[4,22,27]。在实际情况中,该响应还包括重力惯性内波和近惯性振荡^[23]。本文由于是求取该响应的准平衡解析解,在此就将它们排除了。然而在本文的线性化约化重力方程组中,这些解的确是存在的。

5 讨论和结论

在上层海洋对 TC 风应力强迫响应的研究中,近惯性振荡一直是热点问题^[15-16,23]。由于 TC 风应力强迫会引起海洋表层的辐合、辐散运动,从而使得海洋等密度面产生起伏,就会导致水平压力梯度项不为 0;这样在地转偏向力作用下就会表现出接近惯性运动的振荡,即近惯性振荡。在近惯性振荡中,因存在水平压力梯度项,故其本质是外源强迫下的重力惯性波,其物理性质是非平衡的,即其不满足准地转关系或平衡方程(梯度流平衡关系)。TC 风应力强迫作为一个扰动源,还能使海洋上层产生自由重力惯性内波振荡,其物理性质也是非平衡的。对这些非平衡解的求取和讨论我们将另文给出。

本文为考察海洋上层对 TC 风应力的响应情况,利用海洋线性化约化重力方程组开展了解析研究,得到了该响应的准平衡解析解。本文的解与 TC 风应力强迫下的近惯性振荡以及自由重力惯性内波在物理性质上的最大差异是,在随 TC 移动的极坐标系中本文的解是定常的平衡解,在极坐标水平方向,切向有海洋响应的切向流与压力梯度平衡,径向有海洋响应的径向流与 TC 切向风应力平衡,在垂直方向运动呈准静力平衡(这是约化重力方程组的要求),且本文的解是水平无辐散的(近惯性振荡和自由重力惯性内波振荡均不具有该性质,它们都是水平有辐散的)。而在固定坐标系中,若略去海洋上层对 TC 移动的响应,则该解的水平分布形态不变,其仅随着 TC 一起移动,并在物理上仍保持平衡性质,只不过为非定常解了;然而在考虑海洋上层对 TC 移动的响应后,本文解的性质就从严格的平衡解转化为准平衡解。故本文解的最重要物理性质就是其具有准平衡性。

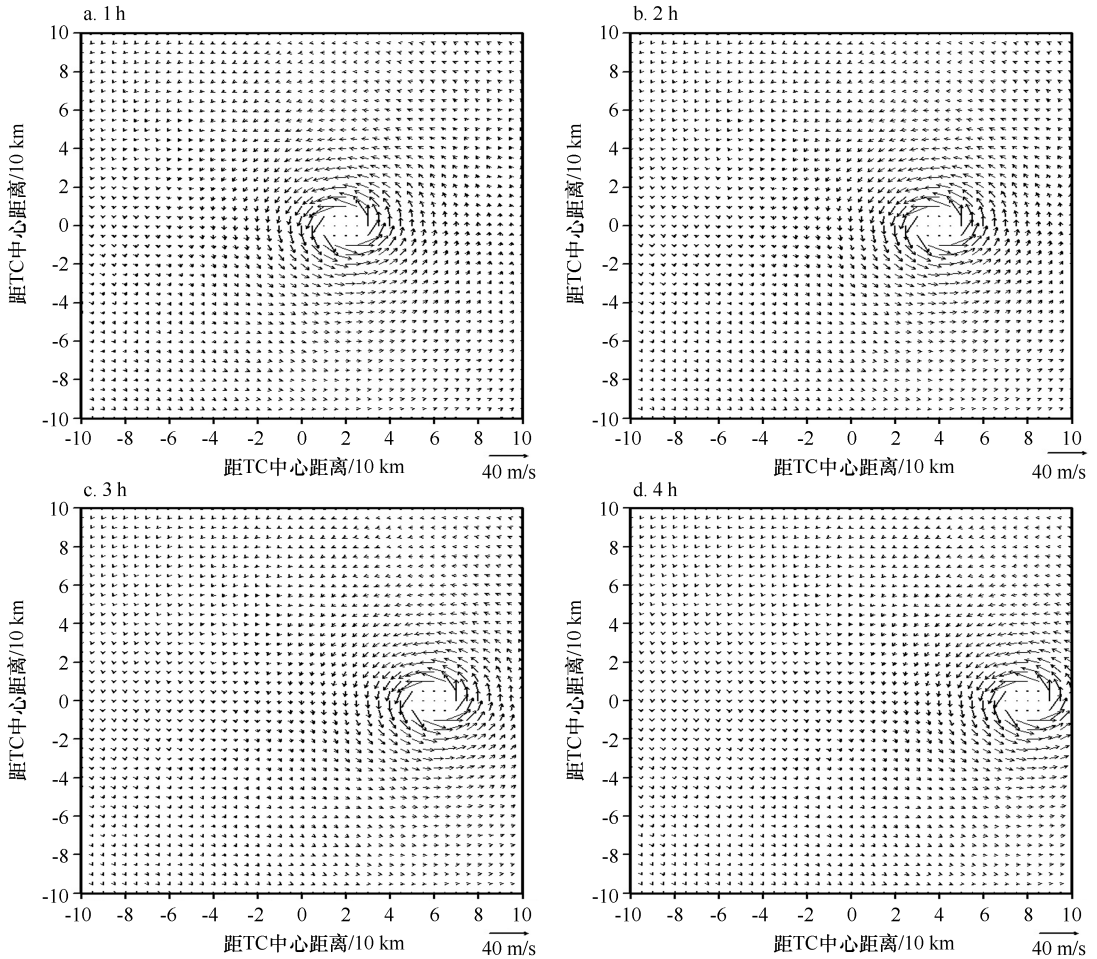


图5 初始时刻后 TC 风场的水平分布

Fig.5 Horizontal spatial distribution of TC wind field

本文为解析求解需要,将 TC 海面风场在 TC 云墙处及以外设为类似兰金涡的分布形式,能够反映 TC 风场的基本特征,特别是对小而强的 TC 更是如此。对于某些真实的 TC,上述兰金涡的形式可作为一个基本态,可得到相应于该基态的准平衡解析解;而真实 TC 与该兰金涡形式的偏差则可看作小量,这样就可以利用摄动方法来对其解析求解。对于一些与该基本态相差较远的情况,只能用其偏差来做数值求解了。以上两种情况求得的最终解中仍包含有上述准平衡解。这样总体而言,本文还是抓住了 TC 风场直接强迫下海洋上层流场响应解中的最主要部分,即该响应的基本部分,并体现了该响应解的主要特征即其准平衡性。采用数值模拟方法,即使能得到该响应的逼真结果,但响应的特点和各物理量之间的关系就没有本文解析解那样清楚和直观,这也是本文工作的意义所在。现将所得结论总结如下:

(1)采用跟随 TC 中心移动的极坐标系,当 TC 风应力在 TC 云墙内即 TC 眼中为静止,在云墙处最强,再向外随坐标半径增加而衰减时,该海洋上层对 TC 风应力的响应存在定常解析解,且解的强度与风应力成正比。

(2)定常解析解的流场在 TC 云墙内为静止;在云墙处及以外呈现有向外流出的气旋式涡旋形态,并随极坐标半径增加而衰减,在云墙之外离云墙不太远处,其切向流大于径向流,再向外则反之;该解中径向流与 TC 切向风应力平衡,切向流呈梯度流平衡,其流动是水平无辐散的。

(3)定常解析解中的厚度场表现为在 TC 眼中和云墙处达到最小且其值不变,从云墙向外则逐渐增加;该值变化反映了跃层变化,在值最小处及附近,跃层的位置有明显抬升,并造成跃层处的海水涌升,从而海洋上层的响应涡旋是冷性的。

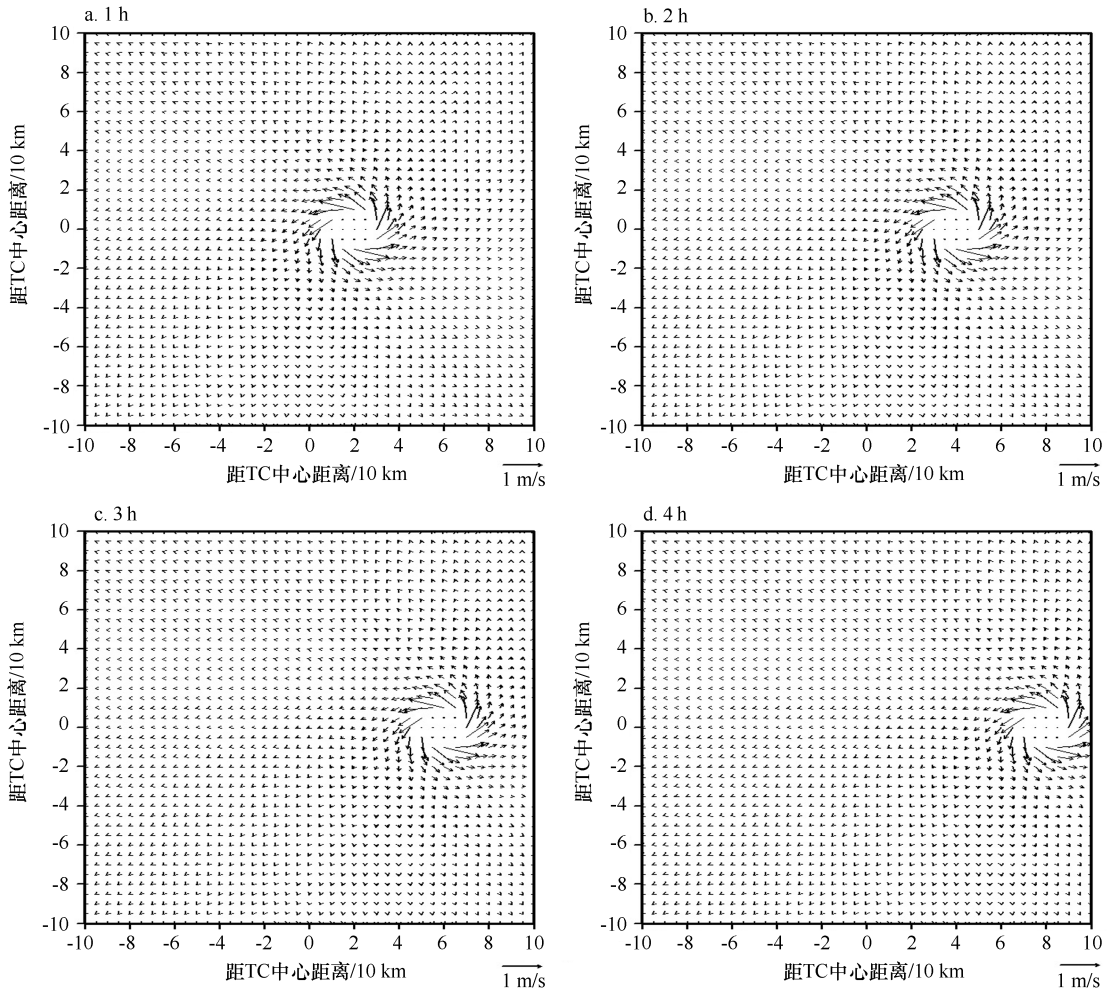


图6 初始时刻后海洋响应流场的水平分布

Fig.6 Horizontal spatial distribution of ocean response current field

(4)略去海洋上层对 TC 移动响应,将该移动坐标系中的解返回到固定坐标系后,此解析解的空间分布形态不变,不过该定常解已变成非定常解了,且

跟随该 TC 一起移动;此解最重要的物理性质是其具有准平衡性,这与非平衡的近惯性振荡与重力惯性内波有本质区别。

参考文献:

- [1] Pei Yuhua, Zhang Ronghua, Chen Dake. Upper ocean response to tropical cyclone wind forcing: a case study of typhoon Rammasun (2008)[J]. Science China Earth Sciences, 2015, 58(9): 1623-1632.
- [2] Wang Guihua, Wu Lingwei, Johnson N C, et al. Observed three-dimensional structure of ocean cooling induced by Pacific tropical cyclones[J]. Geophysical Research Letters, 2016, 43(14): 7632-7638.
- [3] 梁朋, 管守德, 赵玮, 等. 热带气旋各个要素对于海表面降温的影响[J]. 中国海洋大学学报, 2014, 44(8): 11-17. Liang Peng, Guan Shoude, Zhao Wei, et al. Influences of tropical cyclones parameters on the sea surface temperature cooling[J]. Periodical of Ocean University of China, 2014, 44(8): 11-17.
- [4] Lin Sheng, Zhang Wenzhou, Shang Shaoping, et al. Ocean response to typhoons in the western North Pacific: composite results from Argo data [J]. Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers, 2017, 123: 62-74.
- [5] Mei Wei, Lien C C, Lin I I, et al. Tropical cyclone-induced ocean response: a comparative study of the South China Sea and tropical Northwest Pacific[J]. Journal of Climate, 2015, 28(15): 5952-5968.
- [6] Yang Bing, Hou Yijun, Hu Po, et al. Shallow ocean response to tropical cyclones observed on the continental shelf of the northwestern South China Sea[J]. Journal of Geophysical Research: Oceans, 2015, 120(5): 3817-3836.

- [7] Li Hui, Srivier R L. Effects of ocean grid resolution on tropical cyclone-induced upper ocean responses using a global ocean general circulation model [J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2016, 121(11): 8305–8319.
- [8] Leipper D F. Observed ocean conditions and hurricane Hilda, 1964 [J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1967, 24(2): 182–196.
- [9] Black P G, Withee G. The effect of hurricane Eloise on the Gulf of Mexico [C]//*Proceedings of the Second Conference on Ocean-Atmosphere Interactions*. Seattle: American Meteorological Society, 1976: 57–139.
- [10] Elsberry R L, Fraim T S, Trapnell R N Jr. A mixed layer model of the oceanic thermal response to hurricanes [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1976, 81(6): 1153–1162.
- [11] Chang S W, Anthes R A. Numerical simulations of the ocean's nonlinear, baroclinic response to translating hurricanes [J]. *Journal of Physical Oceanography*, 1978, 8(3): 468–480.
- [12] Price J F. Upper ocean response to a hurricane [J]. *Journal of Physical Oceanography*, 1981, 11(2): 153–175.
- [13] Black P G. Ocean temperature changes induced by tropical cyclones [D]. Philadelphia, PA: Pennsylvania State University, 1983.
- [14] Shay L K, Black P G, Mariano A J, et al. Upper ocean response to Hurricane Gilbert [J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 1992, 97(C12): 20227–20248.
- [15] 韩林生, 高佳, 郭俊如, 等. 上层海洋对热带气旋的响应与反馈研究进展 [J]. *海洋通报*, 2012, 31(2): 233–239.
Han Linseng, Gao Jia, Guo Junru, et al. Research progress of the response and feedback of the upper ocean to Tropical Cyclones [J]. *Marine Science Bulletin*, 2012, 31(2): 233–239.
- [16] 陈大可, 雷小途, 王伟, 等. 上层海洋对台风的响应和调制机理 [J]. *地球科学进展*, 2013, 28(10): 1077–1086.
Chen Dake, Lei Xiaotu, Wang Wei, et al. Upper ocean response and feedback mechanisms to typhoon [J]. *Advances in Earth Science*, 2013, 28(10): 1077–1086.
- [17] 陈昌吉, 李子良. 吕宋海峡上层海洋对于台风南玛都响应的观测分析与数值模拟试验 [J]. *中国海洋大学学报*, 2014, 44(9): 14–24.
Chen Changji, Li Ziliang. Observation and numerical simulation of response of the upper ocean to typhoon Nanmadol in the Luzon Strait [J]. *Periodical of Ocean University of China*, 2014, 44(9): 14–24.
- [18] Guan Shoude, Zhao Wei, Huthnance J, et al. Observed upper ocean response to typhoon Megi (2010) in the northern South China Sea [J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2014, 119(5): 3134–3157.
- [19] 赖巧珍, 马雷鸣, 黄伟, 等. 台湾岛附近海洋对 0908 号台风“莫拉克”的响应特征 [J]. *海洋学报*, 2013, 35(3): 65–77.
Lai Qiaozhen, Ma Leiming, Huang Wei, et al. The ocean response to Typhoon Morakot (2009) in the western north Pacific boundary region [J]. *Haiyang Xuebao*, 2013, 35(3): 65–77.
- [20] Yue Xinxin, Zhang Biao, Liu Guoqiang, et al. Upper ocean response to typhoon Kalmaegi and Sarika in the South China Sea from multiple-satellite observations and numerical simulations [J]. *Remote Sensing*, 2018, 10(3): 348.
- [21] 宋勇军, 唐丹玲. 南海东北部混合层深度对热带气旋海鸥和凤凰的响应 [J]. *热带海洋学报*, 2017, 36(1): 15–24.
Song Yongjun, Tang Danling. Mixed layer depth responses to tropical cyclones Kalmaegi and Fung-Wong in the northeastern South China Sea [J]. *Journal of Tropical Oceanography*, 2017, 36(1): 15–24.
- [22] 杨兵. 南海北部上层海洋对热带气旋的响应 [D]. 青岛: 中国科学院海洋研究所, 2016.
Yang Bing. Upper ocean response to tropical cyclones in the northern South China Sea [D]. Qingdao: The Institute of Oceanology, Chinese Academy of Sciences, 2016.
- [23] Yang Bing, Hou Yijun. Near-inertial waves in the wake of 2011 Typhoon Nesat in the northern South China Sea [J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 2014, 33(11): 102–111.
- [24] 曾庆存. 序 [M]//张铭, 黄泓, 张立凤. 大气波谱分析及其不稳定性(第三卷): 热带气旋中的扰动. 北京: 气象出版社, 2010.
Zeng Qingcun. Preface [M]//Zhang Ming, Huang Hong, Zhang Lifeng. *Spectra Analysis and Instability of Wave in Atmosphere (Vol. III): Disturbance in Tropical Cyclones*. Beijing: China Meteorological Press, 2010.
- [25] 刘岩松, 王法明. 一个简单的印-太海气耦合模式 [J]. *海洋与湖沼*, 2013, 44(6): 1462–1468.
Liu Yansong, Wang Faming. An intermedia air-sea coupled model for the Indo-Pacific Ocean [J]. *Oceanologia et Limnologia Sinica*, 2013, 44(6): 1462–1468.
- [26] 张铭. 正压涡旋不稳定问题的研究 [J]. *大气科学*, 1995, 19(6): 677–686.
Zhang Ming. A study of the instability in the barotropic vortex [J]. *Scientia Atmospherica Sinica*, 1995, 19(6): 677–686.
- [27] 刘增宏, 许建平, 朱伯康, 等. 利用 Argo 资料研究 2001–2004 年期间西北太平洋海洋上层对热带气旋的响应 [J]. *热带海洋学报*, 2006, 25(1): 1–8.
Liu Zenghong, Xu Jianping, Zhu Bokang, et al. Upper ocean response to tropical cyclones in northwestern Pacific during 2001–2004 by Argo data [J]. *Journal of Tropical Oceanography*, 2006, 25(1): 1–8.

The quasi-balanced analytical solution of ocean response to wind stress of tropical cyclone

Zhao Yanling¹, Deng Bing², Zhang Ming³, Liu Saisai¹, Hu Dong¹

(1. *The PLA. 31010 Units, Beijing 100081, China*; 2. *The Beijing Applied Meteorology Institute, Beijing 100029, China*; 3. *Meteorological and Oceanographic College, National University of Defense Technology, Nanjing 211101, China*)

Abstract: To research the response of the sea surface to the tropical cyclone (TC) wind stress, the paper researches the ocean linear reduced gravity equations. Here are the conclusions: It's more convenient to use the polar coordinates which move with the typhoon when research the ocean response to the TC wind stress. The TC wind stress is static inside the typhoon cloud wall, decrease with the increase of the radius of the polar coordinates in an inverse proportion outside the cyclone cloud wall. In the polar coordinates, the response has a constant analytical special solution. The strength has a proportional relation with the wind stress. The constant special solution is static inside the cloud wall. It presents a form of a cyclone out the cloud wall. The solution decreases when radius of the polar coordinates increases. At the position which is not far out of the cloud wall, the tangential current is larger than the radial current. The radial current is larger than the tangential current away from the cloud wall. The radial current is balance with the tangential wind stress of TC. The tangential current is a gradient current. The current is horizontal no divergence. Inside the eye of TC and the cloud wall, the thickness of the upper ocean reaches its minimum. Its value won't change. The value increases out the cloud wall. The change of the thickness reflects the change of a pycnocline. At the minimum or small position of the value, the pycnocline evidently increases, which will cause the upwelling of the seawater near the pycnocline. The response cyclone is cold. Ignore the response of the surface to the movement of the tropical cyclone, and move the solution in the polar coordinate to a stable coordinate, the spatial distribution of the solution won't change. The constant special solution changes to an inconstant solution, and moves the tropical cyclone. The most important physical property of the solution is quasi-balanced, which essentially distinguishes from near inertial oscillations and gravitational internal waves.

Key words: tropical cyclone; wind stress; ocean response; quasi-balanced analytical solution; reduced gravity model